

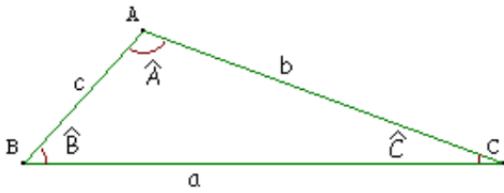
## Devoir maison : Al-Kashi

### Exercice 1 4 points

Résoudre l'inéquation :  $3 - 5x \geq 11x + 15$

### Exercice 2 6 points

On s'intéresse dans cet exercice à généraliser le théorème de Pythagore à tous les triangles. La formule que l'on va démontrer est la suivante :



Formules d'Al-Kashi :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\hat{A})$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\hat{B})$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\hat{C})$$

#### Cas des angles aigus :

- 1) Tracer la hauteur issue de A, on notera H son pied.
- 2) Exprimez AH en fonction de  $b$  et  $\sin(\hat{C})$ .
- 3) Exprimez HC en fonction de  $b$  et  $\cos(\hat{C})$ .
- 4) En déduire BH en fonction de  $a, b$  et  $\sin(\hat{C})$ .
- 5) Appliquez le théorème de Pythagore dans le triangle ABH, simplifiez la relation et concluez.

*On rappelle que  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$*

#### Cas de l'angle obtus : facultatif

Pour simplifier, on va noter  $x = \hat{A}$

- 1) Refaites un schéma avec le triangle et la hauteur issue de B cette fois, on notera I son pied.
- 2) Que vaut l'angle  $\widehat{BAI}$  en fonction de  $x$  ?
- 3) En utilisant les deux formules suivantes (que l'on ne démontrera pas) :  $\cos(180 - x) = -\cos x$  et  $\sin(180 - x) = \sin x$   
Exprimez AI et BI en fonction de  $c, \cos x$  et  $\sin x$ .
- 4) En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle IBC, démontrer que  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\hat{A})$

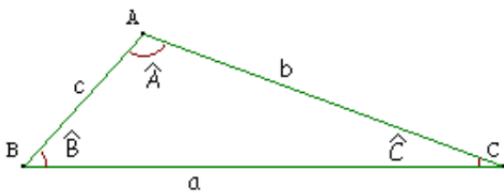
## Devoir maison : Al-Kashi

### Exercice 1 4 points

Résoudre l'inéquation :  $3 - 5x \geq 11x + 15$

### Exercice 2 6 points

On s'intéresse dans cet exercice à généraliser le théorème de Pythagore à tous les triangles. La formule que l'on va démontrer est la suivante :



Formules d'Al-Kashi :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\hat{A})$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\hat{B})$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\hat{C})$$

#### Cas des angles aigus :

- 1) Tracer la hauteur issue de A, on notera H son pied.
- 2) Exprimez AH en fonction de  $b$  et  $\sin(\hat{C})$ .
- 3) Exprimez HC en fonction de  $b$  et  $\cos(\hat{C})$ .
- 4) En déduire BH en fonction de  $a, b$  et  $\sin(\hat{C})$ .
- 5) Appliquez le théorème de Pythagore dans le triangle ABH, simplifiez la relation et concluez.

*On rappelle que  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$*

#### Cas de l'angle obtus : facultatif

Pour simplifier, on va noter  $x = \hat{A}$

- 1) Refaites un schéma avec le triangle et la hauteur issue de B cette fois, on notera I son pied.
- 2) Que vaut l'angle  $\widehat{BAI}$  en fonction de  $x$  ?
- 3) En utilisant les deux formules suivantes (que l'on ne démontrera pas) :  $\cos(180 - x) = -\cos x$  et  $\sin(180 - x) = \sin x$   
Exprimez AI et BI en fonction de  $c, \cos x$  et  $\sin x$ .
- 4) En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle IBC, démontrer que  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\hat{A})$