

Cours: Puissance

I) Vocabulaire

Définition :

Pour simplifier les calculs on notera 7^5 plutôt que d'écrire $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$.
On lit "7 puissance 5" ou "7 exposant 5".

De manière plus générale,
$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs } a}$$

Définition :

On peut définir des puissances négatives :
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

II) Carré

Vous avez déjà manipulé des nombres au carré dans le chapitre sur Pythagore et vous avez du calculer des racines carrées.

Vous devez connaître par coeur les 15 premiers carrés parfaits :

$0^2=0$	$4^2=16$	$8^2=64$	$12^2=144$
$1^2=1$	$5^2=25$	$9^2=81$	$13^2=169$
$2^2=4$	$6^2=36$	$10^2=100$	$14^2=196$
$3^2=9$	$7^2=49$	$11^2=121$	$15^2=225$

Les racines des carrés parfaits sont aussi à connaître par coeur :

$\sqrt{0}=0$	$\sqrt{16}=4$	$\sqrt{64}=8$	$\sqrt{144}=12$
$\sqrt{1}=1$	$\sqrt{25}=5$	$\sqrt{81}=9$	$\sqrt{169}=13$
$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{36}=6$	$\sqrt{100}=10$	$\sqrt{196}=14$
$\sqrt{9}=3$	$\sqrt{49}=7$	$\sqrt{121}=11$	$\sqrt{225}=15$

Donner un encadrement par deux entiers de $11,81^2$.

Donner un encadrement par deux entiers de $\sqrt{13,2}$.

III) Puissances de 10

Notre système numérique est un système décimal, i.e. on compte de 10 en 10.
De fait, les puissances de 10 seront particulièrement facile à calculer

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1\,000$$

$$10^4 = 10\,000$$

etc ...

$$10^{-1} = 0,1$$

$$10^{-2} = 0,01$$

$$10^{-3} = 0,001$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

$$10^{-5} = 0,00001$$

etc ...

Propriété : 10^n est un 1 suivit de n zéros.

Propriété : 10^{-n} est un 1 précédés de n zéros.

Les puissances nous permettent ainsi d'écrire des nombres gigantesques très rapidement.

Dans l'univers observable, il y a environ 10^{11} galaxies, c'est-à-dire 100 000 000 000 de galaxies.

On peut dénombrer 7×10^{22} étoiles, c'est-a-dire 70 000 000 000 000 000 000 000 étoiles.

Enfin la taille de l'univers, selon les modèles cosmologiques les plus récents, serait de $10^{10000000000}$ de km c'est-à-dire un 1 suivi de dix milliards de zéros. (Cela prendrait un certain temps à l'écrire)

Ou des nombres très petits.

Un atome a une taille de l'ordre de 10^{-15} m.

La masse de l'électron est d'environ 10^{-30} kg.

IV) Noms des puissances de 10

Les puissances de 10 ont des noms.

Ainsi, la taille de l'atome, 10^{-15} m, correspond à 1 femtomètre noté fm.

Number	Prefix	Symbol	Number	Prefix	Symbol
10^1	deka-	da	10^{-1}	deci-	d
10^2	hecto-	h	10^{-2}	centi-	c
10^3	kilo-	k	10^{-3}	milli-	m
10^6	mega-	M	10^{-6}	micro-	μ
10^9	giga-	G	10^{-9}	nano-	n
10^{12}	tera-	T	10^{-12}	pico-	p
10^{15}	peta-	P	10^{-15}	femto-	f
10^{18}	exa-	E	10^{-18}	atto-	a
10^{21}	zeta-	Z	10^{-21}	zepto-	z
10^{24}	yotta-	Y	10^{-24}	yocto-	y