

# Cours: Symétrie centrale

Vous avez vu la symétrie axiale qui agit comme un miroir :  
l'image se retrouve inversée.



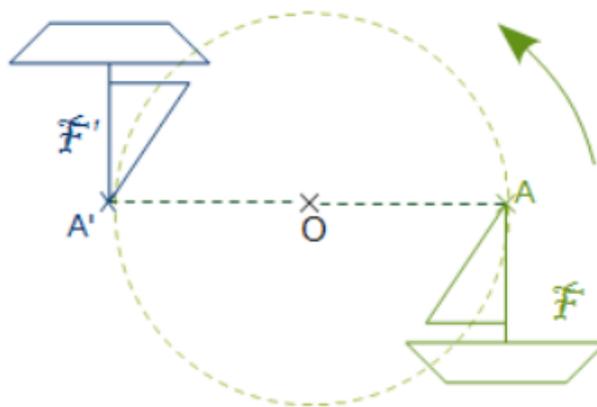
Avoir une symétrie a plusieurs intérêts :

- esthétique : en arts plastiques, en architecture, ...
- naturel : on y retrouve les symétries
- physique : dans les circuits électriques, la répartition des masses, etc ...
- maths : repérer une symétrie permet de démontrer des égalités de longueurs, d'angles, de surfaces, ...

Existe-t-il d'autres symétries ? En activité, nous avons découvert une transformation qui "retourne" une figure : la symétrie **CENTRALE**.

## I) Une nouvelle symétrie

**Définition :** Le symétrique d'une figure  $F$ , par rapport à un point  $O$ , est la figure obtenue par un demi-tour autour de  $O$ . On parle de la symétrie centrale de centre  $O$ .



Les deux figures sont superposables; la figure symétrique se retrouve à l'envers.

**Définition :**

On dit que deux points  $A$  et  $A'$  sont symétriques par rapport à un point  $O$  quand  $O$  est le milieu du segment  $[AA']$ .  $O$  est le centre de symétrie.



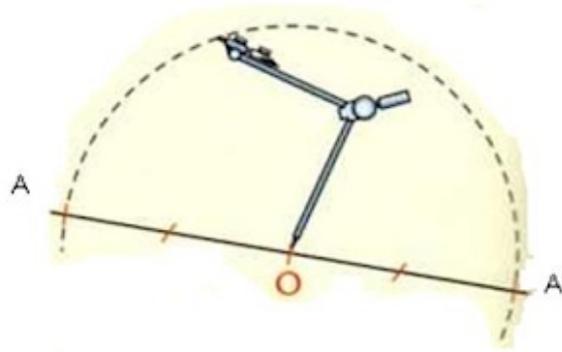
$A$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $I$ .

$B$  est le symétrique de ... par rapport à ...

Méthode : Comment construire le symétrique de A par rapport à O?

Première étape : on trace la droite (OA)

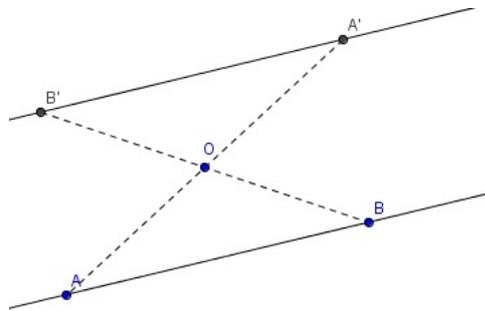
Deuxième étape : à l'aide du compas, on reporte la longueur OA de l'autre côté de O, on trouve alors le point A' symétrique de A par rapport à O.



**Remarque** : - on peut aussi mesurer à la règle mais le compas est plus précis.  
- O a pour symétrique lui-même.

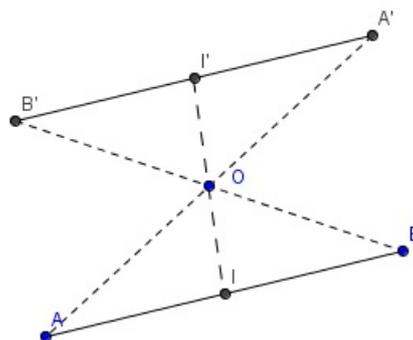
## II) Figures usuelles

Le symétrique d'une droite (AB) par rapport à un point est une droite (A'B') parallèle.

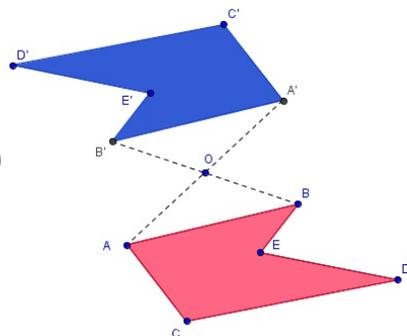


Le symétrique d'un segment [AB] par rapport à un point est un segment [A'B'] de même longueur et parallèle.

De plus, si I est le milieu de [AB] alors I', le symétrique de I, sera le milieu de [A'B']



Le symétrique d'une figure plus complexe (triangle, carré,...) s'obtient en traçant le symétrique de chaque point.



**III) Démonstration**

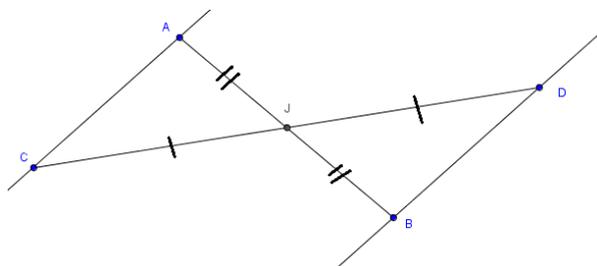
La symétrie centrale est très utile pour démontrer nombres de propriétés géométriques.

Par exemple,

Si deux segments se croisent en leurs milieux alors les droites joignant leurs extrémités sont parallèles.

Démonstration

Données :



Les segments  $[AB]$  et  $[CD]$  se coupent en leurs milieux  $J$ .  
 Puisque  $J$  est le milieu de  $[AB]$ ,  $A$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $J$ .  
 Puisque  $J$  est le milieu de  $[CD]$ ,  $C$  est le symétrique de  $D$  par rapport à  $J$ .

Donc  $[AC]$  est le symétrique de  $[BD]$  par rapport à  $J$ .

**Propriété** : Deux segments symétriques par rapport à un point sont égaux et parallèles.

**Conclusion** : Les segments  $[AC]$  et  $[BD]$  sont égaux et parallèles et par extension  $(AC) \parallel (BD)$ .

- ou - 2 mesures et un angle
- ou - 1 mesure et deux angles

**IV) Centre de symétrie**

**Définition** :

Une figure admet un centre de symétrie  $O$  si la figure reste invariante par un demi-tour autour de  $O$ .

