

Cours: Trigonométrie

La trigonométrie est une des plus anciennes branches des mathématiques. Les égyptiens, il y a 4 000 ans, s'y intéressaient déjà.

Le but est de "calculer" un triangle, c'est-à-dire réussir à calculer les longueurs et les angles manquants.

Le but principal était de permettre la navigation et, du coup, l'étude de l'astronomie.

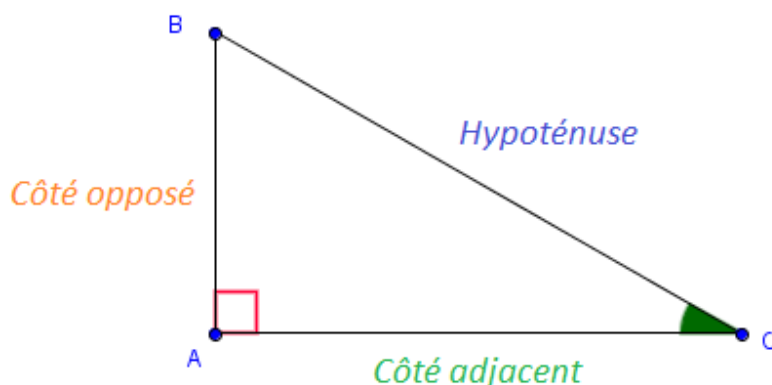
I) Cosinus

Définition 1 : Dans un triangle rectangle, le côté situé en face de l'angle droit est le plus long côté du triangle. On l'appelle l'**hypoténuse**.

Définition 2 : On considère l'un des deux angles aigus (en général on l'appellera "alpha" et on note α).

Le côté entre α et l'angle droit est appelé le **côté adjacent**.

Le côté en face de l'angle α est appelé le **côté opposé**.



Définition : Le cosinus

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est défini par le rapport du côté adjacent à l'angle par l'hypoténuse.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Le cosinus nous permet de calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle.

Application 1:

Données: Je sais que le triangle ABC est rectangle en A

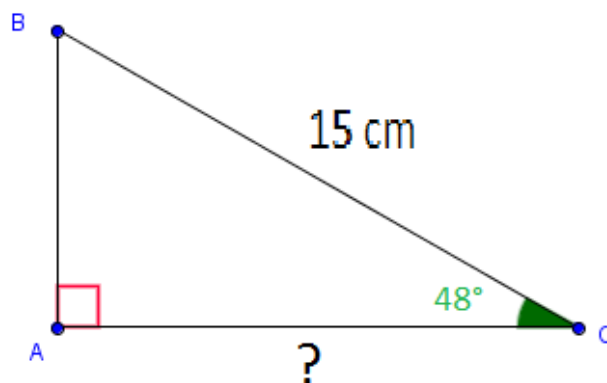
Propriété: $\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

Conclusion: $\cos(48) = \frac{AC}{BC}$

$$\cos(48) = \frac{AC}{15}$$

$$AC = 15 \times \cos(48)$$

$$AC \approx 10$$



Application 2:

Données: Je sais que le triangle ABC est rectangle en A

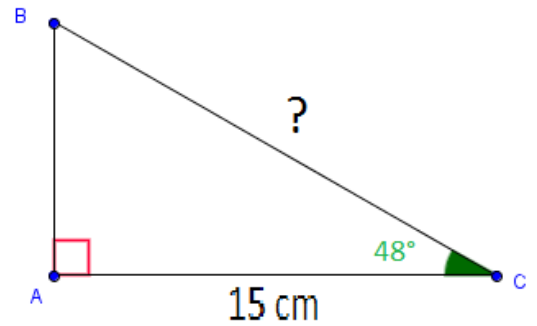
Propriété: $\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

Conclusion: $\cos(48) = \frac{AC}{BC}$

$$\cos(48) = \frac{15}{BC}$$

$$BC = \frac{15}{\cos(48)}$$

$$BC \approx 22,4$$



Remarque :

Vous aurez remarqué qu'il y a deux cas, si on cherche le côté adjacent il faut multiplier, si vous cherchez l'hypoténuse il faut diviser.

Si vous avez un doute, calculez les deux et comme l'hypoténuse est le plus grand côté d'un triangle rectangle, vous pourrez choisir la bonne réponse.

Par exemple, dans le 1er cas, 15 est l'hypoténuse le côté cherché est donc inférieur à 15, on a le choix entre 10 et 22,4 donc il faut prendre 10.

II) La fonction réciproque

Définition: La fonction réciproque est simplement une fonction que l'on effectue à l'envers.

La fonction réciproque du cosinus est $\cos^{-1}$ (aussi notée Arccos ou Acos), elle nous permettra de calculer l'angle.

Application :

Calculons les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

Données: Je sais que le triangle ABC est rectangle en A

Propriété: $\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

Conclusion :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{4}{5}$$

$$\widehat{ABC} = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\widehat{ACB} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\widehat{ABC} \approx 53,1$$

$$\widehat{ACB} \approx 36,9$$

