

Inéquations

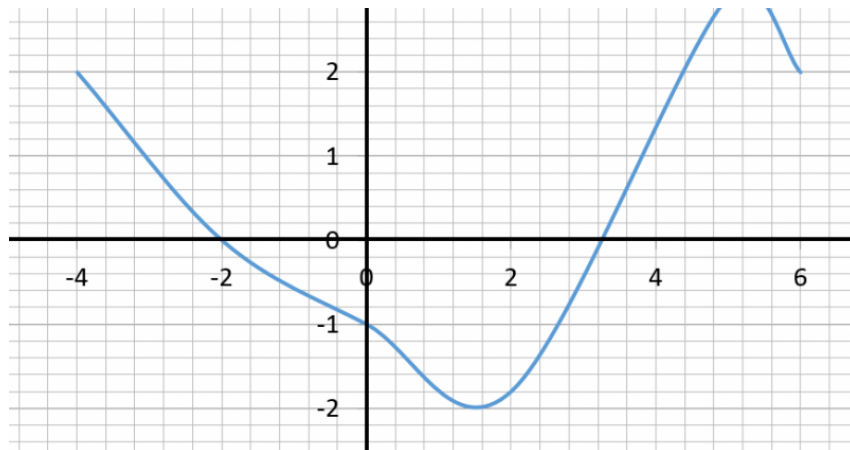
Compétence 1 : Lecture du signe sur un graphique

Exercice 1



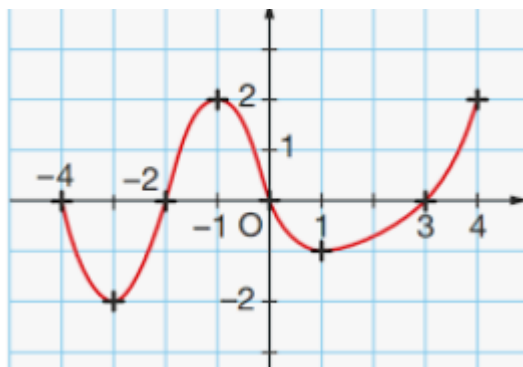
Dresser le tableau de signes de cette fonction.

Exercice 2



Dresser le tableau de signes de cette fonction.

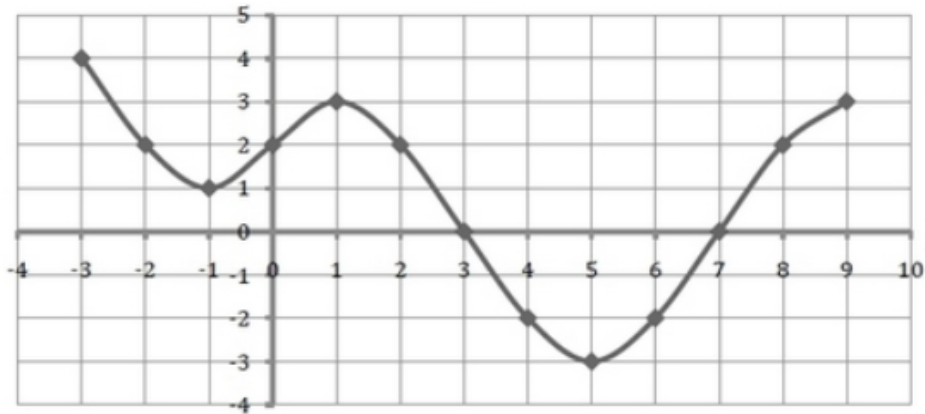
Exercice 3



Dresser le tableau de signes de cette fonction.

Compétence 2 : Trouver les racines d'une fonction

Exercice 4



Quelles sont les racines de la fonction représentée ici ?

Exercice 5

Déterminer la ou les racines des fonctions suivantes :

- 1 - $f(x) = 2x - 5$
- 2 - $g(x) = 6 - 8x$
- 3 - $h(x) = 2(0,9x - 8,1)$

Exercice 6

Déterminer la ou les racines des fonctions suivantes :

- 1 - $k(x) = x^2 - 1$
- 2 - $l(x) = x^2 + 2$
- 3 - $m(x) = -4(x - 7)(3x - 27)$

Exercice 7

Déterminer la ou les racines des fonctions suivantes :

- 1 - $n(x) = x^2 - 8x + 16$
- 2 - $p(x) = x^2 - 49$
- 3 - $q(x) = 2x^2 + 4x + 2$

Exercice 8

Déterminer la ou les racines des fonctions suivantes :

- 1 - $r(x) = 3(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 7)$
- 2 - $s(x) = (x + 1)(3 - x) - (x + 1)(5 + 2x)$

Exercice 9

Déterminer la ou les racines des fonctions suivantes :

- 1 - $t(x) = 5^2 - (x + 3)^2$
- 2 - $u(x) = (2 - x)(42 + 7x) + (4 - 2x)(8 - x)$

Compétence 3 : Trouver les valeurs interdites d'une fonction

Exercice 10

Déterminer la ou les valeurs interdites des fonctions suivantes :

$$1 - a(x) = \frac{4,5}{5+x}$$

$$2 - b(x) = \frac{1}{x} - \frac{3}{2x-10}$$

$$3 - c(x) = \frac{1}{x} - \frac{3}{2x-10}$$

Exercice 11

Déterminer la ou les valeurs interdites des fonctions suivantes :

$$1 - d(x) = \frac{1}{(x-1)(x+3)}$$

$$2 - e(x) = \frac{1}{x(x-7)} + \frac{8x}{9-x}$$

$$3 - f(x) = \frac{5+x}{0,5x+24}$$

Compétence 4 : Dresser un tableau de signes

Exercice 12

Dresser le tableau de signes de la fonction :

$$g(x) = (x-1)(x+3)(9-x)$$

Exercice 13

Dresser le tableau de signes de la fonction :

$$h(x) = -8(2x-4)(6-3x)$$

Exercice 14

Dresser le tableau de signes de la fonction :

$$k(x) = \frac{8}{2+x}$$

Exercice 15

Dresser le tableau de signes de la fonction :

$$m(x) = \frac{1+x}{2+x}$$

Exercice 16

Dresser le tableau de signes de la fonction :

$$n(x) = \frac{(8-x)(5x+3)}{3-x}$$

Exercice 17

Dresser le tableau de signes de la fonction :

$$p(x) = \frac{x(6x-36)(1+x)}{x(4+2x)}$$

Compétence 5 : Résoudre une inéquation

Exercice 18

Résoudre :

$$(8x - 64)(x + 1) \leq 0$$

Exercice 19

Résoudre :

$$(9 - x)(10 + x) \geq 0$$

Exercice 20

Résoudre :

$$(3 + x)(5 - x)(6x - 42) > 0$$

Exercice 21

Résoudre :

$$(1 - x)(3 + 5x) < (1 - x)(1 + 3x)$$

Exercice 22

Résoudre :

$$(x - 2)^2 \leq (x - 2)(x + 11)$$

Exercice 23

Résoudre :

$$\frac{9x - 27}{x + 1} \leq 0$$

Exercice 24

Résoudre :

$$\frac{(5x - 15)(9 - x)}{6 - 2x} \leq 0$$

Exercice 25

Résoudre :

$$\frac{2,5}{(8 - x)(13 + x)} \geq 0$$

Exercice 26

Résoudre :

$$\frac{3}{1 + x} > \frac{11}{x - 2}$$

Exercice 27

Résoudre :

$$\frac{x + 2}{x - 3} > \frac{x + 4}{x + 5}$$

Compétence 6 : Problème

Exercice 28

Une entreprise fabrique et vend de la pâte à papier. Le coût de production de q tonnes de pâte à papier est donné, en millier d'euros, par $C(q) = 0,02q^2 + 0,1q + 9$ pour $q \in [0; 80]$.

La recette, en millier d'euros, engendrée par la vente de q tonnes de pâte à papier est donnée par $R(q) = 1,2q$.



1. Quel est le coût de fabrication d'une tonne de pâte à papier ? De deux tonnes ?
2. Combien est vendue chaque tonne de pâte à papier ?
3. Vérifier que le bénéfice, en millier d'euros, réalisé par l'entreprise lorsqu'elle vend q tonnes de pâte à papier est :

$$B(q) = -0,02q^2 + 1,1q - 9$$

À l'aide de la calculatrice, conjecturer le nombre de tonnes de pâte à papier que doit produire l'entreprise pour que la production soit rentable, c'est-à-dire qu'elle permette un bénéfice positif.

4. Justifier que, pour tout réel $q \in [0; 80]$, on a :

$$B(q) = -0,02(q - 10)(q - 45)$$

Retrouver alors, par une méthode algébrique, le résultat de la question précédente.

Exercice 29

76

SES



Le prix x d'une paire de baskets est compris entre 20 € et 50 €.

L'offre est le nombre de paires de baskets qu'une entreprise décide de proposer aux consommateurs au prix de x €.

La demande est le nombre probable de paires de baskets achetées par les consommateurs quand la paire de baskets est proposée à ce même prix de x €.

La demande se calcule avec $d(x) = -750x + 45\,000$ pour x en milliers de paires de baskets.

L'offre se calcule avec $f(x) = -\frac{500\,000}{x} + 35\,000$.

Le but de cet exercice est de trouver pour quels prix l'offre est supérieure à la demande.

1. Écrire une inéquation traduisant le problème posé.

2. Démontrer que l'inéquation $f(x) > d(x)$ revient à $\frac{3x^2 - 40x - 2\,000}{x} > 0$.

3. a) Démontrer que, pour tout x :

$$3x^2 - 40x - 2\,000 = (x + 20)(3x - 100).$$

b) En déduire les solutions de $f(x) > d(x)$.

c) Conclure.

Exercice 30

Une usine produit de l'acier. Elle peut produire jusqu'à 20 tonnes d'acier chaque jour.

Produire x tonnes d'acier pendant une journée coûte $C(x) = 30x^2 - 150x + 3\,780$ euros.

1. À quel intervalle appartient x ?

2. Déterminer le coût de production pour 5 tonnes produites.

3. On suppose que chaque tonne produite est vendue au prix de 600 euros la tonne.

a) Quelle est la recette pour 5 tonnes d'acier produites ?

b) Déterminer la recette $R(x)$ (en euros) en fonction du nombre x de tonnes produites.

4. a) Déterminer les bénéfices réalisés pour 5 tonnes produites.

b) Montrer que les bénéfices journaliers réalisés pour x tonnes produites sont de :

$$B(x) = -30x^2 + 750x - 3\,780 \text{ euros.}$$

5. Montrer que $B(x) = 30(x-7)(18-x)$ pour $0 \leq x \leq 20$.

6. Déterminer la quantité d'acier produite pour laquelle un bénéfice est réalisé.



Sources

Ex 28 : https://educadhoc.fr/reader/textbook/9782016262740/fxl/Page_264

Ex 29 : https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=83652&ordre=1

Ex 30 : https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=83677&ordre=1

