Chapitre 12 : Activité

Problème 1

Soient trois points du plan A, B et C. On considère les points E, F et G définit par :

$$\overrightarrow{AF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{AG}=\frac{9}{8}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{8}\overrightarrow{AC}$$

1) Montrer que E, F et G sont alignés.
On pensera, par exemple, à montrer la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$.

2) *Dans la question précédente, on est parti d'un vecteur et on a supprimé la lettre F en se ramenant à l'énoncé (où le A est omniprésent). Ensuite il a fallu se débrouiller pour ne garder que les deux lettres "cibles" le E et le G.*
Ce n'est pas évident de s'y retrouver d'autant que 1. l'exercice est simple et 2. il est en deux dimensions alors que l'on pourra évidement poser le même genre de questions en dimension 3.

C'est l'une des raisons pour lesquelles René Descartes, mathématicien, physicien, philosophe du 17ème, a essayé de trouver une méthode universelle permettant la résolution des problèmes de géométrie. Pour lui, la géométrie devait se résoudre de façon analytique (par le calcul).

Dans le problème précédent, Descartes aurait procédé ainsi : il fixe un point central, ici le point A et deux vecteurs que nous appelerons la base, ici les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ *dans cet ordre.*

Il détermine ensuite l'expression des vecteurs formés du centre et des points qui l'intéresse.

$$\overrightarrow{AF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+0\times\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}3/4\\0\end{pmatrix}\quad,\qquad \overrightarrow{AE}= \qquad\qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AG}=$$

Et là, vous commencez à reconnaître des coordonnées.

Déduisez-en les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$.

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont colinéaires.

En deduire l'alignement des points E, F et G.

Problème 2

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les trois points $O\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$, $I\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ et $J\begin{pmatrix}8\\-1\end{pmatrix}$

Le triangle OIJ est-il rectangle ?