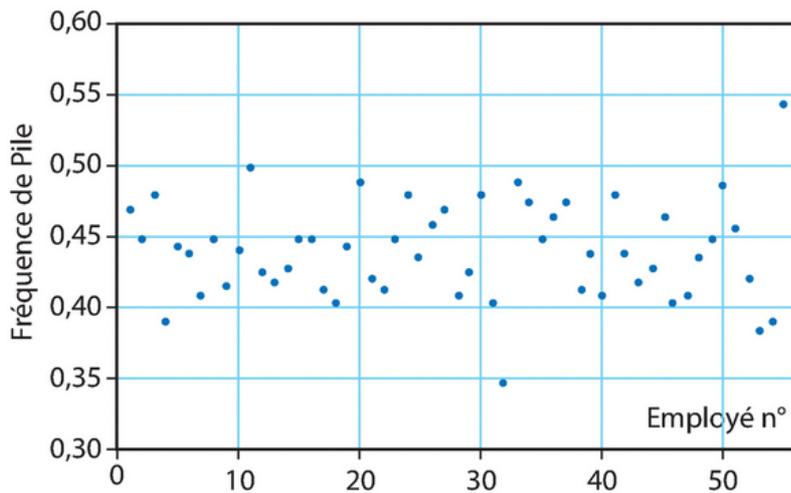


Echantillonnage

Compétence 1 : Fluctuations

Exercice 1

Pour s'assurer qu'une de ses pièces n'est pas bien équilibrée, Picsou a demandé à ses 56 employés de la lancer 200 fois. Les fréquences de Pile obtenues par ses employés sont données par le graphique ci-dessous.



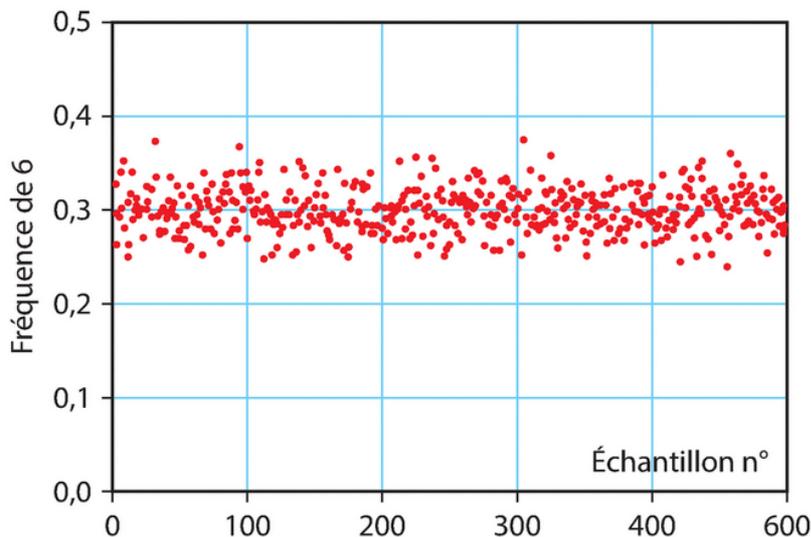
Estimer la probabilité que la pièce tombe sur Pile quand on la lance.

Exercice 2

Un escroc a fabriqué un dé truqué (il en a légèrement limé un coin) afin que la face 6 soit favorisée.

Afin de connaître la probabilité d'obtention de cette face, il a demandé à son neveu de lancer 400 fois le dé et de calculer la fréquence de 6 obtenus sur les 400 lancers.

Il lui a ensuite demandé de recommencer 499 fois de sorte qu'il a obtenu 500 fréquences représentées ci-dessous.

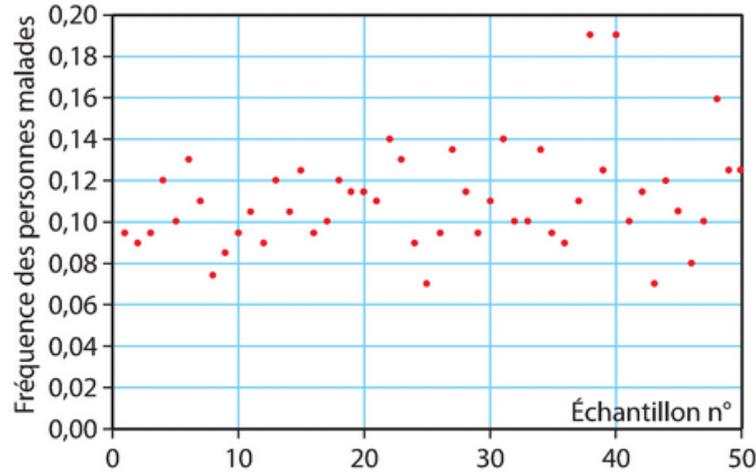


1. Estimer la probabilité d'obtention du 6.
2. Il souhaitait tripler la probabilité d'obtention du 6, est-ce réussi ?

Exercice 3

Dans un pays, une partie de la population est touchée par une épidémie.

1. On cherche à estimer la proportion de la population touchée par l'épidémie. Pour cela, on teste 50 échantillons de 200 personnes à divers endroits du pays et on relève la fréquence des malades dans ces échantillons. Les résultats sont donnés dans le graphique ci-dessous.



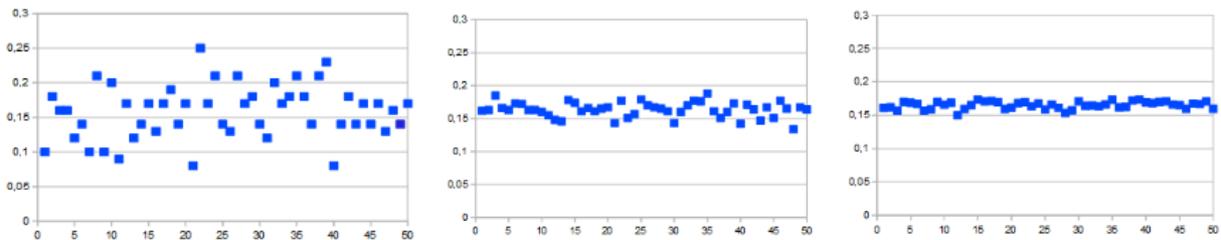
Estimer la proportion de personnes souffrant de la maladie dans ce pays.

2. a) On considère l'expérience aléatoire consistant à tirer au sort un habitant de ce pays et à regarder s'il souffre de la maladie ou non.

Proposer une modélisation de cette expérience aléatoire, c'est-à-dire proposer une loi de probabilité pour celle-ci.

b) Cette modélisation est-elle la seule possible ? Discuter.

Exercice 4



Quel graphique décrit les plus grands échantillons ? Pourquoi ?

Compétence 2 : Loi des grands nombres et estimation

Exercice 5

Lors d'un contrôle d'un casino, on a relevé les 500 derniers résultats d'une machine à sou. Elle a fait gagné des clients 160 fois. Pour être aux normes, le nombre de parties gagnées doit être en moyenne de 180.

Le propriétaire du casino affirme que c'est juste du hasard et qu'il n'est pas en fraude.

Qu'en pensez-vous ?

Exercice 6

- 1) Si je lance une pièce équilibrée 485 fois, combien aurais-je de pile ?
- 2) Mon frère me dit qu'il a lancé sa pièce de 1€ 700 fois et qu'il a obtenu 430 piles. Moi je ne le crois pas. Ai-je raison de mettre sa parole en doute ?

Exercice 7

Un candidat à une élection effectue un sondage dans sa circonscription comportant 123 654 électeurs. Sur 1068 personnes, 550 déclarent vouloir voter pour lui.

Le candidat affirme : « si les élections avaient eu lieu le jour du sondage et si les réponses étaient sincères, alors j'aurais été élu au premier tour. »

Qu'en pensez-vous ?

Exercice 8

Une maladie guérit naturellement dans 70% des cas. Un laboratoire souhaite tester l'efficacité d'un nouveau médicament.

Pour cela, on administre ce médicament à 100 personnes. Pour 77% d'entre elles, la guérison a eu lieu.

- 1) Que penser de l'efficacité de ce médicament ?
- 2) Quelle est la valeur à partir de laquelle on pourrait considérer qu'il a une efficacité ?

Compétence 3 : Simulation

Prérequis

Ecrire un algorithme choisissant un nombre réel au hasard entre 0 et 1.

Ecrire un algorithme choisissant un nombre entier au hasard entre 1 et 6.

Exercice 9

Ecrire un algorithme en python (sur basthon.fr par exemple) qui simule le lancer d'une pièce.

Cet algorithme doit, lorsqu'on l'exécute, afficher "pile" ou "face" avec une probabilité égale.

Exercice 10

1) Ecrire une **fonction** appelée "piece" en python qui simule le lancer d'une pièce truquée. Cette pièce a 7 chances sur 10 de tomber sur Face.

Cet algorithme doit, lorsqu'on l'exécute, afficher "pile" ou "face" avec la probabilité voulue.

2) Dans le même programme, en dessous de votre fonction, vous passez deux lignes et vous enlevez les indentations. Ecrire une boucle qui appelle 10 fois votre fonction.

Exercice 11

Écrire un algorithme simulant le lancer de 10 000 pièces équilibrées et renvoyant le nombre de côtés piles obtenus.

Exercice 12

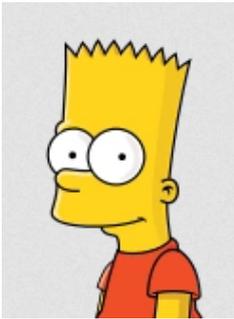
Dans la population mondiale, il y a 49,6 % de femmes. Écrire un algorithme en langage naturel, ou une fonction PYTHON, simulant le tirage au sort d'un échantillon de 400 personnes dans la population mondiale, selon que ce sont des femmes ou des hommes, et affichant ou renvoyant le nombre de femmes dans l'échantillon.

Exercice 13

1. Une urne contient 3 boules rouges et 5 boules jaunes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard et on note sa couleur. Expliquer comment simuler cette expérience aléatoire.
 2. On répète l'expérience en remettant la boule tirée à chaque fois. Écrire un algorithme permettant de simuler un échantillon de 30 tirages avec remise et qui affiche les couleurs obtenues.
-

Il y a encore un exercice

Exercice 14



7%



19%



22%



16%

Voici les résultats d'un sondage effectué en amont des élections municipales à Springfield, ville de 30890 habitants.

Charles Burns, le second candidat, vous a demandé d'effectuer des simulations pour anticiper les résultats possibles de cette élection.

Vous devez donc créer un programme informatique (en python) qui va simuler une élection. Ce programme va simuler le vote de chaque personne, puis faire le total et afficher les résultats.

Dans cette ville, 70% de la population est inscrite sur les listes électorales.

Sources

exercice 1 : https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=83996&ordre=1

exercice 2 : https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=84041&ordre=1

exercice 3 : https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=84043&ordre=1

exercice 7 : https://porte-normandie-lyc.spip.ac-rouen.fr/IMG/pdf/chap11_ap_2nde_fluctuation_echantillonnage_2_et_corrige.pdf

exercice 8 : https://www.maths-et-tiques.fr/telech/15_Echantillonnage.pdf

exercice 12 : https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=83993&ordre=1

exercice 13 : https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=84084&ordre=1

Correction

Exercice 8

1) Sauf situation anormale, l'écart entre la fréquence observée et la proportion théorique doit être inférieur à $\frac{1}{\sqrt{n}}$ où n est la taille de l'échantillon.

Nous sommes en face d'un échantillon de 100 personnes.

L'écart est de 7% = 0,07 or $\frac{1}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10} = 0,1$

Puisque $0,07 < 0,1$, l'écart est une fluctuation normale. Autrement dit le médicament n'a pas eu d'influence.

2) L'écart serait anormal s'il était supérieur à 0,1 donc il faudrait que la proportion de personnes guéries soit supérieure à 80% (ainsi $80\% - 70\% = 10\% = 0,1$).

Exercice 10

Une fonction commence par `def nom_fonction(argument):`

instruction 1

instruction 2

instruction 3

...

L'intérêt d'une fonction, c'est que l'on peut l'utiliser dans une autre partie du programme (ou dans un autre programme) sans avoir à réécrire le code.

*Quand vous écrivez `from random import *`, vous dites à Python d'aller chercher les fonctions de la bibliothèque random.*

Quand vous écrivez `randint(1,6)`, vous utilisez la fonction `randint` qui prend deux entiers comme arguments et renvoie un entier au "hasard" entre ces deux entiers. Vous ne savez pas comment elle fonctionne et on s'en fiche, on l'utilise c'est tout.

1)

```
1 from random import *
2
3 def piece():
4     a=random()
5     if a<=0.7:
6         print("face")
7     else:
8         print("pile")
9
```

2)

```
1 from random import *
2
3 def piece():
4     a=random()
5     if a<=0.7:
6         print("face")
7     else:
8         print("pile")
9
10
11 for i in range(10):
12     piece()
```

Exercice 13

1) Nous avons 3 chances sur 8 d'avoir une boule rouge et 5 chances sur 8 d'avoir une boule jaune. Si on remplace rouge par face et jaune par pile, c'est comme si on lançait une pièce déséquilibrée avec une probabilité 0,375 d'obtenir rouge et une probabilité 0,625 d'obtenir jaune.

Voici la loi de probabilité de cette expérience aléatoire :

Boule	Rouge	Jaune
p	0,375	0,625

2)

```
1 from random import *
2
3 rouge=0
4 jaune=0
5
6 for i in range(30):
7     boule=random()
8     if boule < 0.375:    ## si la boule est rouge
9         rouge+=1
10    else:
11        jaune+=1
12
13 print("nombres de boules rouge:",rouge)
14 print("nombres de boules jaune:",jaune)
15
```

Exercice 14

Combien de personnes votent ?

$$70\% \text{ de } 30890 = 0,7 \times 30890 = 21623$$

Nous devons donc simuler dans notre programme 21623 votes.

Comment simuler un vote ?

Nous allons choisir un nombre au hasard (entre 0 et 1).

Si ce nombre est inférieur à 7% (0,07) alors on dira que c'est un vote pour Bart.

Si ce nombre est entre 7% et 7+19% (0,26 et du coup l'écart entre les deux fait 19%) alors on dira que c'est un vote pour M. Burns.

Si ce nombre est entre 26% et 26+22%(0,48 et du coup l'écart entre les deux fait 22%) alors on dira que c'est un vote pour Marge.

Si ce nombre est entre 48% et 48+16%(0,64 et du coup l'écart entre les deux fait 16%) alors on dira que c'est un vote pour Maggie.

Et si c'est au-dessus de 0,64 ? C'est un vote pour quelqu'un d'autre, ou un vote nul ou une abstention, bref on s'en fiche.

```
1 from random import *
2 bart,burns,marge,maggie=0,0,0,0
3
4 for i in range(21623):
5     vote=random()
6     if vote < 0.07:      ## vote pour bart
7         bart+=1
8     elif vote<0.26:    ## vote pour burns
9         burns+=1
10    elif vote<0.48:    ## vote pour marge
11        marge+=1
12    elif vote<0.64:    ## vote pour maggie
13        maggie+=1
14
15 print("nombres de votes pour Bart:",bart)
16 print("nombres de votes pour Burns:",burns)
17 print("nombres de votes pour Marge:",marge)
18 print("nombres de votes pour Maggie:",maggie)
```