

Cours: Les droites remarquables du triangle

Définition : On dit que trois droites (ou plus) sont concourantes lorsqu'elles n'ont qu'un seul point d'intersection.

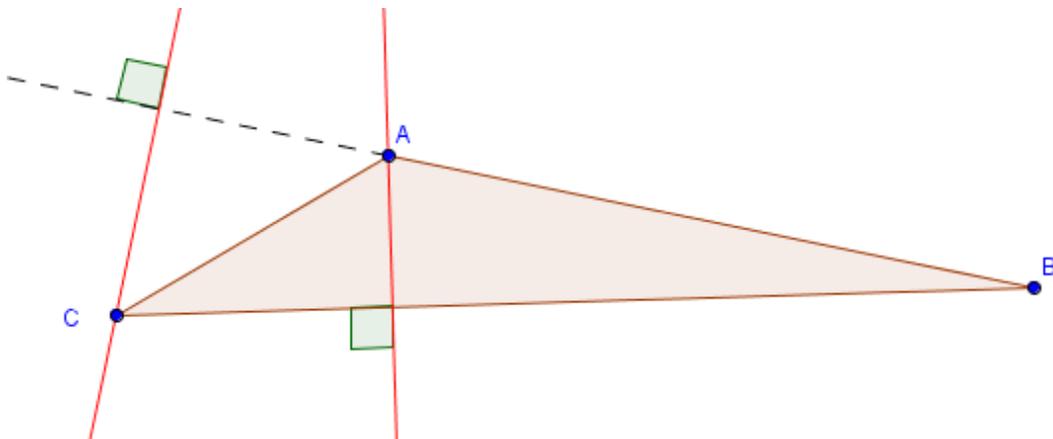
I) Les hauteurs

Définition : Dans un triangle ABC , la hauteur issue de A est le segment perpendiculaire à $[BC]$ passant par A .

Remarque :

- Il mesure la hauteur du triangle lorsqu'il est posé sur le côté $[BC]$.
- On dit aussi la hauteur relative au côté $[BC]$.

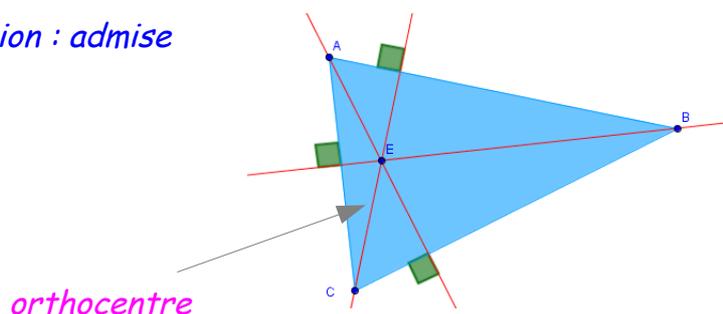
Remarques : On peut donc tracer trois hauteurs dans un triangle.
Une hauteur n'est pas obligatoirement à l'intérieur du triangle
On appellera également hauteur la droite obtenue en prolongeant le segment "hauteur"



Propriété :

Les 3 hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé l'orthocentre.

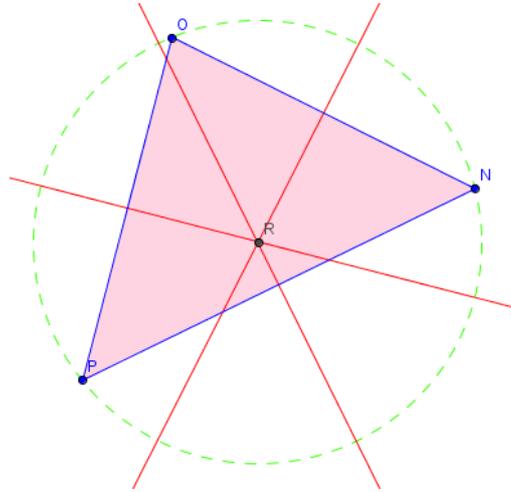
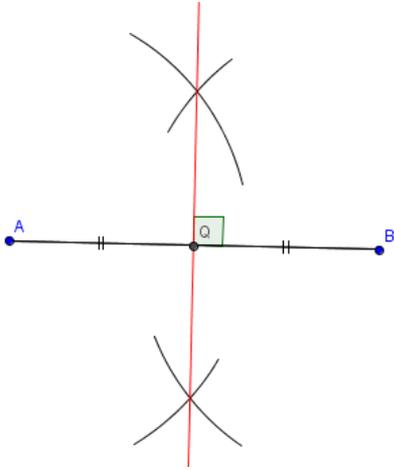
Démonstration : admise



II) Les médiatrices

Définition : La médiatrice d'un segment $[AB]$ est la perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Méthode de construction au compas :



Définition : Lorsqu'un point M est à la même distance de deux points A et B , on dit que M est équidistant de A et B .

Propriété :

Si un point M appartient à la médiatrice d'un segment $[AB]$, alors :

- il est équidistant de ces extrémités A et B .
- $MA = MB$

Si un point M vérifie l'égalité $MA = MB$ alors M appartient obligatoirement à la médiatrice.

Remarque :

- La médiatrice peut se construire en mesurant le segment, en plaçant le milieu puis en traçant la perpendiculaire au segment passant par le milieu. Il faudra préférer la méthode au compas, elle est plus précise et évite les erreurs de mesures.
- On peut définir la médiatrice d'un segment $[AB]$ comme étant l'ensemble de tous les points équidistants de A et B .
- Si vous cherchez à placer quelque chose à la même distance de deux points, il vous faudra le placer sur la médiatrice (le milieu n'est pas la seule réponse)

Définition : Le cercle circonscrit d'une figure est le cercle passant par tous les sommets de cette figure.

Propriété :

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre du cercle circonscrit.

Démonstration : vue en exercice

Le seul point équidistant de trois points non alignés est le centre du cercle circonscrit du triangle formé par ces trois points.

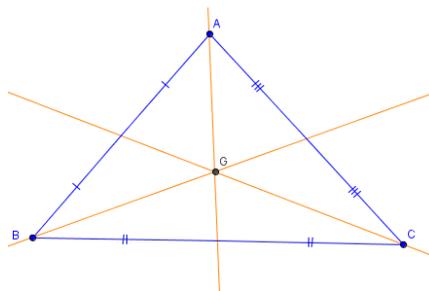
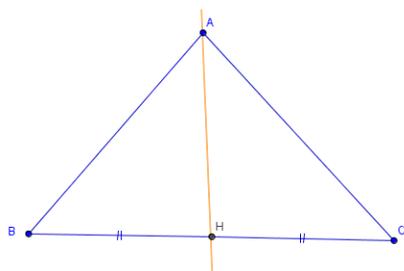
III) Les médianes

Définition : La médiane issue de A est la droite passant par A et par le milieu de [BC]

Propriété :

Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre de gravité.

Démonstration : admise



A quoi sert-il?

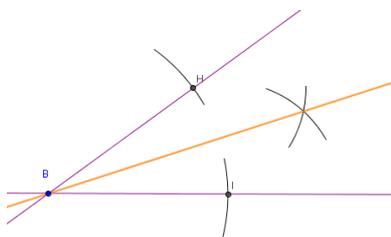
Le centre de gravité est le point d'équilibre d'un objet.

Exemple : Pour les voitures, on abaisse le châssis pour descendre le centre de gravité et avoir ainsi plus de stabilité dans les virages.

En se baissant, il est plus difficile de nous faire tomber (rugby, lutte, équitation,....)

IV) Les bissectrices

Définition : La bissectrice d'un angle est la droite coupant cet angle en deux angles égaux.



Propriété :

Les trois bissectrices sont concourantes en un point appelé le centre du cercle inscrit.

En mettant la pointe du compas sur le centre de gravité, on peut tracer un cercle tangent à l'un des côtés: ce cercle est alors tangent aux trois côtés du triangle.

