

Cours: Equations

Diophante, un mathématicien grec du III^{ème} siècle, appelé "arithmos" (qui signifie nombre) une valeur inconnue qu'il cherchait à déterminer.

Au IX^{ème} siècle Al-Kwarizhmi l'appela "shay" (qui signifie chose) et les espagnols, alors sous domination arabe écriront "xay".

Au XVII^{ème} siècle, Descartes ne conserva que la première lettre "x".

I) Vocabulaire

Définition : Une équation est une égalité dans laquelle il y a une ou plusieurs lettres (les inconnues) dont on cherche les valeurs possibles.

Exemple : $2x+7=3x-5$

Ceci est une équation. L'inconnue est x .

$2x+7$ est le membre de gauche et $3x-5$ est le membre de droite.

Définition : Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs que peuvent prendre les inconnues de sorte que l'égalité soit vraie. Ces valeurs sont les solutions de l'équation.

Est-ce que -2 est une solution de l'équation précédente :

à gauche $2 \times (-2) + 7 = 3$ **et** **à droite** $3 \times (-2) - 5 = -11$

Les deux réponses ne sont pas égales, -2 n'est pas une solution cette équation.

II) Résolution

Il est hors de question d'essayer tous les nombres pour trouver les solutions. Il nous faut une méthode qui nous permette de calculer les solutions. Nous avons vu que, dans le cas où il n'y a qu'un seul x (l'inconnue), on pouvait "remonter" le calcul à l'envers pour obtenir la valeur de x .

Le principe est le même dans les autres cas, vous devez isoler l'inconnue.

Propriété 1 :

Je peux ajouter ou retrancher le même nombre des deux membres de l'équation.

$$2x+7=3x-5$$

$$2x+7-7=3x-5-7$$

$$2x=3x-12$$

$$2x-3x=3x-12-3x$$

$$-x=-12$$

Propriété 2 :

Je peux multiplier ou diviser par le même nombre des deux membres de l'équation.

$$9x = 63$$

$$9x \div 9 = 63 \div 9$$

$$x = 7$$

$$\frac{3}{7}x + \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

$$7 \times \left(\frac{3}{7}x + \frac{2}{7} = \frac{4}{7} \right)$$

$$3x + 2 = 4$$

On utilise ces deux propriétés pour isoler l'inconnue en respectant ces étapes :

- 1) On simplifie l'équation (réduire, ôter les fractions, etc..)
- 2) On passe les inconnues à gauche et les nombres seuls à droites
- 3) On divise par le nombre collé à l'inconnue

Application :

$$\frac{5}{4}x + 7 = x + \frac{3}{4}$$

$$5x + 7 \times 4 = 4 \times x + 3$$

$$5x + 28 = 4x + 3$$

$$5x - 4x = 3 - 28$$

$$x = -25$$

$$8x - 15 = 9 - 3x$$

$$8x + 3x = 9 + 15$$

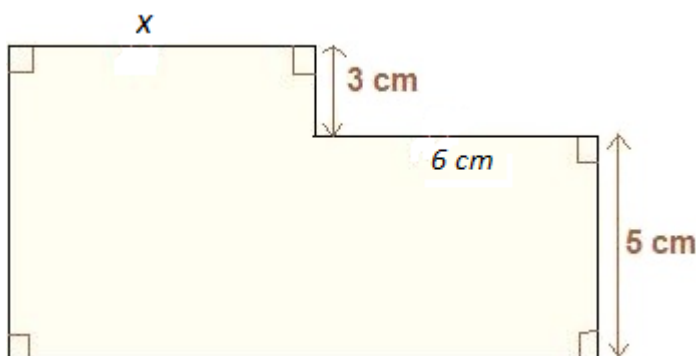
$$11x = 24$$

$$x = \frac{24}{11}$$

III) Problème

Evidemment, face aux problèmes que vous serez amenés à résoudre, ce sera à vous de déterminer les équations. Il vous faudra alors nommer l'inconnue (ce que l'on cherche), écrire l'équation et la résoudre.

Problème : Comment choisir x pour que l'aire de cette figure soit égale à 94 cm^2 ?



L'inconnue est x .

L'aire de cette figure, composée de deux rectangles, se calcule par la formule : $x \times (3 + 5) + 6 \times 5$

On veut donc $8x + 30 = 94$

$$8x = 94 - 30$$

$$x = 64 \div 8$$

$$x = 8$$

Il faut choisir $x = 8 \text{ cm}$