

Chapitre 14 : Fractions I

Les fractions permettent de représenter par des nombres les problèmes de partage.

Dès -3000 ans, les fractions ont été étudiées par les Mésopotamiens et les Egyptiens.

En -400, les Grecs les utilisent à leur tour, Pythagore les utilisera pour développer une théorie de la construction des notes de musiques (théorie encore utilisée aujourd'hui).

Les fractions sont alors notées avec des symboles particuliers.

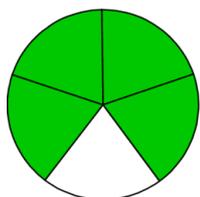
Au XI-XII^{ème} siècle, des mathématiciens indiens utilisent des fractions avec la même notation que nous mais sans la barre.

Au XII^{ème} siècle, les Arabes utilisent la barre de fraction pour séparer le numérateur et le dénominateur.

Peu après, en France, Fibonacci importe cette notation.

Le terme fraction apparaît à cette époque, il provient du latin « fractio » qui signifie briser.

I) Vocabulaire



$$\frac{4}{5}$$

4 est le numérateur, c'est le nombre de morceaux colorés.

5 est le dénominateur, c'est le nombre de morceaux en tout.

Si le numérateur et le dénominateur sont entiers, on parle de fraction ($\frac{5}{9}$ est une fraction)

Si l'un des deux n'est pas entier, on parle de nombre en écriture fractionnaire ($\frac{2.5}{9}$ n'est pas une fraction)

Règles : Tout entier peut s'écrire sous forme de fraction : $5 = \frac{5}{1}$

Si le numérateur et le dénominateur sont égaux, la fraction est égale à une unité : $\frac{5}{5} = 1$

II) Lecture

Pour lire une fraction, on lit le numérateur puis le nom de la fraction.

Le nom de la fraction se trouve grâce au dénominateur (qui dénomme la fraction, qui lui donne son nom), il suffit de lui rajouter « -ièmes ».

Exemple : $\frac{5}{9}$ se lit cinq neuvièmes

Il y a trois exceptions : $\frac{3}{2}$ se lit « trois demis », $\frac{7}{3}$ se lit « sept tiers » et $\frac{1}{4}$ se lit « un quart »

III) Une Fraction est un nombre

En représentant trois fois $\frac{2}{3}$, on réalise que $3 \times \frac{2}{3} = 2$.

Définition :

La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

$$\text{C'est-à-dire } \frac{a}{b} \times b = a \text{ ou } b \times \frac{a}{b} = a$$

Règle de simplification :

$$\frac{a}{b} \times b = \frac{a}{b} \times b = a$$

Il n'y a rien à calculer, vous ne devez rien calculer ; il faut juste simplifier le calcul.

IV) Une Fraction est une division

Lorsque l'on veut résoudre le problème suivant : $3 \times ? = 2$, il faut voir que c'est un problème de partage.



C'est une division, la réponse est $2 \div 3$.

Mais nous avons vu précédemment que $3 \times \frac{2}{3} = 2$.

Nous pouvons en conclure que $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

Définition :

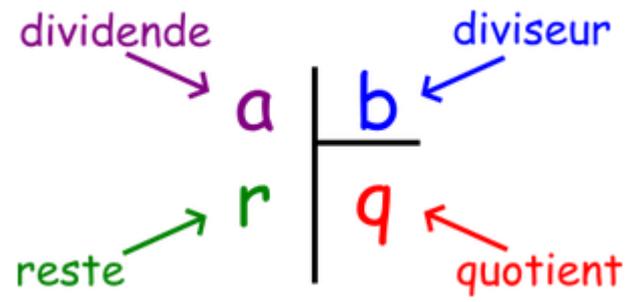
La fraction $\frac{a}{b}$ est le résultat de l'opération $a \div b$.

Propriétés :

Si le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est comprise entre 0 et 1.

Si le numérateur est égal au dénominateur, la fraction est égale à 1.

Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, il faut effectuer la division euclidienne.



On a alors :

$$q < \frac{a}{b} < q+1 \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}$$