

Ensemble de nombres

Compétence 1 : Les réels

Exercice 1

- Donner un rationnel non décimal.
- Donner un réel non rationnel.
- Donner un décimal compris entre -0,3 et -0,4.
- Donner un irrationnel non décimal compris entre 10 et 11.

Exercice 2

Donner l'arrondi de ces nombres à la précision donnée :

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| a. 12,5064 à 10^{-3} près. | e. -80,012 à 10^{-1} près. |
| b. 174,90235 à 10^{-2} près. | f. -0,001242358 à 10^{-4} près. |
| c. 2,54875 à 10^{-3} près. | g. -0,9425 à 10^{-1} près. |
| d. 32,1458 à 10^{-2} près. | h. -30,5847121 à 10^{-4} près. |

Exercice 3

La force de pesanteur exercée sur une personne se calcule grâce à la formule

$$F = \text{masse} \times 9,81$$

Calculer, à 10^{-1} près, la force de pesanteur exercée sur une personne de 54.74 kg.

Exercice 4

Une voiture a parcouru 143,842 km en 2,847 h.

Calculer sa vitesse moyenne, vous arrondirez à 10^{-2} près.

Exercice 5

On considère le nombre $m = 0,9999\dots$.

- Que vaut $10 \times m$?
- Que vaut alors $10 \times m - m$?
- En remarquant que $10m - m = 9m$, en déduire que $m = 1$.

Exercice 6

On considère le nombre $m = 2,51515151\dots$.

- Que vaut $100 \times m$?
- Que vaut alors $100 \times m - m$?
- En déduire une écriture fractionnaire de m .

Exercice 7

On considère le nombre $m = 0, \overline{714285}$ où la barre signifie que l'on répète à l'infini le groupe de chiffres situés dessous.

Par exemple, $m = 0, \overline{3} = 0,333333\dots$

Déterminer une écriture fractionnaire de m .

Compétence 2 : Les intervalles

Exercice 8

Notation d'intervalle	Inégalité(s) correspondante(s)	Représentation sur une droite graduée	Phrase
$x \in [-3; 5]$			
	$x < 3$		
			Ensemble des nombres compris entre 4 inclus et 6 exclu.
$x \in [2; +\infty[$			
	$-3 < x \leq -1$		
			Ensemble des nombres inférieurs ou égaux à 5.
			Ensemble des nombres compris entre -2 exclu et 5 exclu.

Exercice 9

Ecrire les intervalles suivants sous la forme d'inégalités :

1. $x \in [-10; 2,5]$

4. $x \in]0; +\infty[$

7. $x \in]-3; +\infty[$

2. $x \in]0; 1[$

5. $x \in [0; 1[$

8. $x \in]-\infty; 100[$

3. $x \in]-5; 2]$

6. $x \in]-\infty; 100[$

9. $x \in]-\infty; +\infty[$

Exercice 10

1. $-1 < x < 3$

4. $x > 50$

7. $0 > x \geq 6$

2. $2 \leq x \leq 8$

5. $x \leq 2$

8. $0 > x \geq -10$

3. $9 \geq x > 1$

6. $-1 < x \leq 1$

9. $x \geq 0$

Compétence 3 : Valeur absolue

Exercice 11

Simplifier au maximum :

$$A = |3 - 4|$$

$$D = \left| -5 + \frac{3}{7} \right|$$

$$B = -\pi - |-\pi|$$

$$E = -|-3 - 8| \times (-2) + 6 \times |4 - 7|$$

$$C = |1 - \sqrt{2}|$$

$$F = |(-2)^{101} \times (-3)^3|$$

Exercice 12

Interpréter chaque relation à l'aide d'un schéma puis donner le ou les intervalles solutions.

a. $|x-5|=2$

c. $|x+1|=5$

b. $|x-7|<5$

d. $|x+2|\geq 1$

Exercice 13

Interpréter chaque relation à l'aide d'un schéma puis donner le ou les intervalles solutions.

a. $|6-x|<8$

c. $2\leq|x+1|<4$

b. $|2x+5|>3$

Exercice 14

Donner un contre exemple prouvant que la relation $|x+y|=|x|+|y|$ est fausse.

Exercice 15

Réprésenter l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que
$$\begin{cases} |x-2|\leq 1 \\ |y+2|\leq 3 \end{cases}$$

Compétence 4 : Inégalité

Exercice 16

Si $n>2$ montrer que $5n-3>0$.

Exercice 17

On sait que $a>b$, montrer que $2a+10>2b-1$

Exercice 18

Résoudre l'inéquation $5-2x\geq 20+x$.

Exercice 19

Résoudre les inéquations :

a. $5(2-3x)<8x+1$

b. $x^2-5>1+x^2$

c. $8-7x\leq 3x+2$

Exercice 20

Déterminer un encadrement du nombre x , sachant que $-10\leq -2x+5<10$

Exercice 21

La somme de trois entiers consécutifs est comprise entre 12 et 27.

Quelles sont les valeurs possibles du plus grand de ces trois nombres ?

Compétence 5 : Intersection et réunion

Exercice 22

Compléter ce tableau :

Intervalle I	Intervalle J	$I \cup J$	$I \cap J$	Représentation sur la droite graduée
$[-10;2[$	$[-5;3]$			
$] - \infty;2[$	$[0;5[$			
$[3;+\infty[$	$] - \infty;6]$			
$] - \infty;-2[$	$] - 4;-3[$			
$] - 4;2]$	$[2;5]$			
$] - 4;2]$	$[2;5]$			

Exercice 23

Déterminer dans chaque cas $I \cap J$ et $I \cup J$:

a. $I =]2;5]$ et $J = [-3;4[$

b. $I =]2;5]$ et $J =]-\infty;4]$

Exercice 24

Déterminer dans chaque cas $I \cap J$ et $I \cup J$:

a. $I = [-5;2]$ et $J = [-4;6[$

b. $I =]-\infty;4]$ et $J =]-5;+\infty[$

c.e $I =]6;+\infty[$ et $J = [-4;+\infty[$

Exercice 25

Résoudre le système d'inéquation :

$$\begin{cases} \frac{9}{2}x + 5 \leq 100 \\ \frac{4}{5} + 2x > -20 \end{cases}$$

Info : Un système d'inéquation est un ensemble de plusieurs inéquations qui doivent être résolues simultanément. L'ensemble solution d'un tel système est l'intersection des solutions de chacune des inéquations.

Correction

Exercice 6

1) On a $100 \times m = 251,51515151\dots$

2) Donc $100 \times m - m = 251,5151\dots - 0,5151\dots = 251$

3) Du coup, $100 \times m - m = 9m = 251$ et ainsi $m = \frac{251}{9}$

Exercice 7

On considère le nombre $m = 0,\overline{714285}$ où la barre signifie que l'on répète à l'infini le groupe de

On remarque que $1\,000\,000 \times m = 714285,\overline{714285}$ donc $1\,000\,000 \times m - m = 714285$

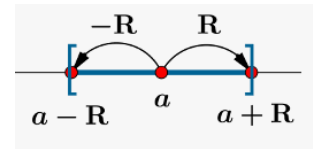
Or $1\,000\,000 \times m - m = 999\,999m$ donc $999\,999m = 714285$

Finalement, $m = \frac{714285}{999999} = \frac{1}{7}$ La simplification se fait à la calculatrice.

Exercice 10

a. $|6-x| < 8$

$\Leftrightarrow |x-6| < 8$ ici $a = 6$ et $R = 8$ avec des crochets ouverts

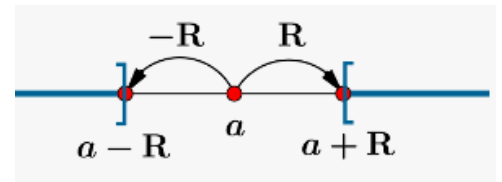


$$S =]-2; 14[$$

b. $|2x+5| > 3$ On divise tout par 2

$\Leftrightarrow |x - (-2,5)| < 4$

ici $a = -2,5$ et $R = 4$ avec des crochets ouverts



$$S =]-\infty; -6,5[\cup]1,5; +\infty[$$

c. $2 \leq |x+1| < 4$

On veut $2 \leq |x+1|$ ET $|x+1| < 4$

$2 \leq |x+1|$ donne $I =]-\infty; -3] \cup [1; +\infty[$ et $|x+1| < 4$ donne $J = [-5; 3]$

On cherche donc les nombres qui sont **A LA FOIS** dans I et dans J :

$$S = [-5; -3] \cup [1; 3]$$

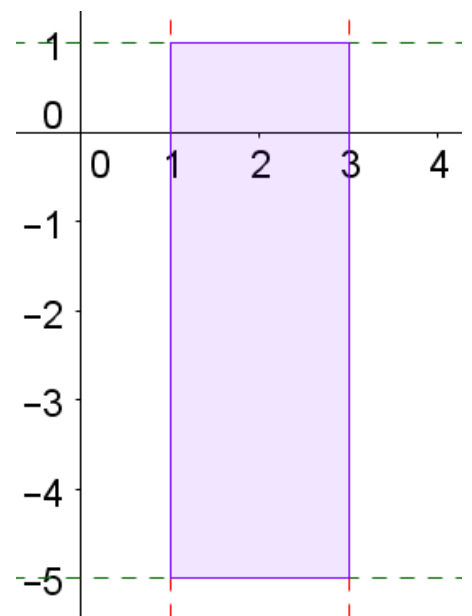
Exercice 15

On résout chaque inéquation :

$|x-2| \leq 1$ ici $a = 2$ et $R = 1$, donc $x \in [1; 3]$

$|y+2| \leq 3$ ici $a = -2$ et $R = 3$, donc $y \in [-5; 1]$

L'ensemble des points $M(x; y)$ du plan vérifiant ces deux inéquations et le rectangle colorié sur la figure ci-contre.



Exercice 21

Notons n le plus petit des trois entiers.

Le deuxième entier est $n+1$.

Le troisième entier est $n+2$.

$$\begin{aligned}\text{On veut que} \quad & 12 \leq n+n+1+n+2 \leq 27 \\ \Leftrightarrow & 12 \leq 3n+3 \leq 27 \\ \Leftrightarrow & 12-3 \leq 3n \leq 27-3 \\ \Leftrightarrow & 9 \leq 3n \leq 24 \\ \Leftrightarrow & \frac{9}{3} \leq n \leq \frac{24}{3} \\ \Leftrightarrow & 3 \leq n \leq 8\end{aligned}$$

Les valeurs possibles de n sont donc les entiers compris entre 12 et 27.

Exercice 25

$$\text{Résoudre le système d'inéquation : } \begin{cases} \frac{9}{2}x+5 \leq 100 \\ \frac{4}{5}+2x > -20 \end{cases} .$$

$$\begin{aligned}\frac{9}{2}x+5 \leq 100 & \Leftrightarrow 9x+10 \leq 200 & \Leftrightarrow 9x \leq 190 & \Leftrightarrow x \leq \frac{190}{9} \\ & & & \Leftrightarrow x \in]-\infty; \frac{190}{9}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{4}{5}+2x > -20 & \Leftrightarrow 4+10x > -100 & \Leftrightarrow 10x > -104 & \Leftrightarrow x > \frac{-104}{10} \\ & & & \Leftrightarrow x \in]-10,4; +\infty[\end{aligned}$$

Les solutions du système appartiennent à l'intersection des deux ensembles que nous venons de trouver.

$$\text{Or }]-\infty; \frac{190}{9}] \cap]-10,4; +\infty[=]-10,4; \frac{190}{9}] , \text{ finalement } S =]-10,4; \frac{190}{9}]$$

Sources

exercice 23-24 : <http://www.jaicompris.com/lycee/math/ensemble/intervalle.php>