Ensemble de nombres

Compétence 1 : Les réels

Exercice 1

a. Donner un rationnel non décimal.
b. Donner un réel non rationnel.
c. Donner un décimal compris entre -0,3 et -0,4.
d. Donner un irrationnel non décimal compris entre 10 et 11.

Exercice 2

Donner l'arrondi de ces nombres à la précision donnée :

a. 12,5064 à 10^{-3} près.
b. 174,90235 à 10^{-2} près.
c. 2,54875 à 10^{-3} près.
d. 32,1458 à 10^{-2} près.
e. -80,012 à 10^{-1} près.
f. -0,001242358 à 10^{-4} près.
g. --0,9425 à 10^{-1} près.
h. --30,5847121 à 10^{-4} près.

Exercice 3

La force de pesanteur exercée sur une personne se calcul grace à la formule $F = masse \times 9{,}81$.
Calculer, à 10^{-1} près, la force de pesanteur exercée sur une personne de 54.74 kg.

Exercice 4

Une voiture a parcouru 143,842 km en 2,847 h.
Calculer sa vitesse moyenne, vous arrondirez à 10^{-2} près.

Exercice 5

On considère le nombre $m = 0{,}9999.....$.

1) Que vaut $10 \times m$?
2) Que vaut alors $10 \times m - m$?
3) En remarquant que $10m - m = 9m$, en déduire que $m = 1$.

Exercice 6

On considère le nombre $m = 2{,}51515151........$.

1) Que vaut $100 \times m$?
2) Que vaut alors $100 \times m - m$?
3) En déduire une écriture fractionnaire de *m*.

Exercice 7

On considère le nombre $m = 0,\overline{714285}$ où la barre signifie que l'on répète à l'infini le groupe de chiffres situés dessous.

Par exemple, $m = 0,\overline{3} = 0{,}333333......$

Déterminer une écriture fractionnaire de *m*.

Compétence 2 : Les intervalles

Exercice 8

Notation d'intervalle	Inégalité(s) correspondante(s)	Représentation sur une droite graduée	Phrase
$x \in [-3;5]$			
	$x < 3$		
			Ensemble des nombres compris entre 4 inclus et 6 exclu.
$x \in [2;+\infty[$			
	$-3 < x \leqslant -1$		
			Ensemble des nombres inférieurs ou égaux à 5.
			Ensemble des nombres compris entre -2 exclu et 5 exclu.

Exercice 9

Ecrire les intervalles suivants sous la forme d'inégalités :

1. $x \in [-10;2{,}5]$
2. $x \in]0;1[$
3. $x \in]-5;2]$
4. $x \in]0;+\infty[$
5. $x \in [0;1[$
6. $x \in]-\infty;100[$
7. $x \in]-3;+\infty[$
8. $x \in]-\infty;100[$
9. $x \in]-\infty;+\infty[$

Exercice 10

1. $-1 < x < 3$
2. $2 \leqslant x \leqslant 8$
3. $9 \geqslant x > 1$
4. $x > 50$
5. $x \leqslant 2$
6. $-1 < x \leqslant 1$
7. $0 > x \geqslant 6$
8. $0 > x \geqslant -10$
9. $x \geqslant 0$

Compétence 3 : Valeur absolue

Exercice 11

Simplifier au maximum :

$A = |3-4|$

$D = \left|-5+\frac{3}{7}\right|$

$B = -\pi - |-\pi|$

$E = -|-3-8| \times (-2) + 6 \times |4-7|$

$C = |1-\sqrt{2}|$

$F = |(-2)^{101} \times (-3)^{3}|$

Exercice 12

Interpréter chaque relation à l'aide d'un schéma puis donner le ou les intervalles solutions.

a. $|x-5|=2$

c. $|x+1|=5$

b. $|x-7|<5$

d. $|x+2|\geqslant 1$

Exercice 13

Interpréter chaque relation à l'aide d'un schéma puis donner le ou les intervalles solutions.

a. $|6-x|<8$

c. $2\leqslant|x+1|<4$

b. $|2x+5|>3$

Exercice 14

Donner un contre exemple prouvant que la relation $|x+y|=|x|+|y|$ est fausse.

Exercice 15

Réprésenter l'ensemble des points $M(x\,;y)$ tels que $\begin{cases}|x-2|\leqslant 1\\|y+2|\leqslant 3\end{cases}$

Compétence 4 : Inégalité

Exercice 16

Si $n>2$ montrer que $5n-3>0$.

Exercice 17

On sait que $a>b$, montrer que $2a+10>2b-1$

Exercice 18

Résoudre l'inéquation $5-2x\geqslant 20+x$.

Exercice 19

Résoudre les inéquations :

a. $5(2-3x)<8x+1$

b. $x^2-5>1+x^2$

c. $8-7x\leqslant 3x+2$

Exercice 20

Déterminer un encadrement du nombre x, sachant que $-10\leqslant -2x+5<10$

Exercice 21

La somme de trois entiers consécutifs est comprise entre 12 et 27.
Quelles sont les valeurs possibles du plus grand de ces trois nombres ?

Compétence 5 : Intersection et réunion

Exercice 22

Compléter ce tableau :

Intervalle I	Intervalle J	$I \cup J$	$I \cap J$	Représentation sur la droite graduée
$[-10;2[$	$[-5;3]$			
$]-\infty;2[$	$[0;5[$			
$[3;+\infty[$	$]-\infty;6]$			
$]-\infty;-2[$	$]-4;-3[$			
$]-4;2]$	$[2;5]$			
$]-4;2]$	$]2;5]$			

Exercice 23

Déterminer dans chaque cas $I \cap J$ et $I \cup J$:

a. $I =]2;5]$ et $J = [-3;4[$

b. $I =]2;5]$ et $J =]-\infty;4]$

Exercice 24

Déterminer dans chaque cas $I \cap J$ et $I \cup J$:

a. $I = [-5;2]$ et $J = [-4;6[$

b. $I =]-\infty;4]$ et $J =]-5;+\infty[$

c.e $I =]6;+\infty[$ t $J = [-4;+\infty[$

Exercice 25

Résoudre le système d'inéquation : $\begin{cases} \dfrac{9}{2}x + 5 \leqslant 100 \\ \\ \dfrac{4}{5} + 2x > -20 \end{cases}$.

Info : Un système d'inéquation est un ensemble de plusieurs inéquations qui doivent être résolues simultanément. L'ensemble solution d'un tel système est l'intersection des solutions de chacune des inéquations.

Correction

Exercice 6

1) On a $100 \times m = 251{,}51515151\ldots.$

2) Donc $100 \times m - m = 251{,}5151\ldots - 0{,}5151\ldots. = 251$

3) Du coup, $100 \times m - m = 9m = 251$ et ainsi $\boxed{m = \dfrac{251}{9}}$

Exercice 7

On considère le nombre $m=0,\overline{714285}$ où la barre signifie que l'on répète à l'infini le groupe de

On remarque que $1\,000\,000\times m=714285,\overline{714285}$ donc $1\,000\,000\times m-m=714285$

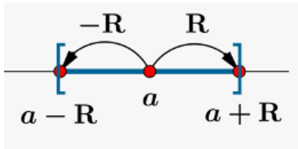
Or $1\,000\,000\times m-m=999\,999\,m$ donc $999\,999\,m=714\,285$

Finalement, $\boxed{m=\frac{714285}{999999}=\frac{1}{7}}$ *La simplification se fait à la calculatrice.*

Exercice 10

a. $|6-x|<8$

$\Leftrightarrow |x-6|<8$ ici a = 6 et R = 8 *avec des crochets ouverts*

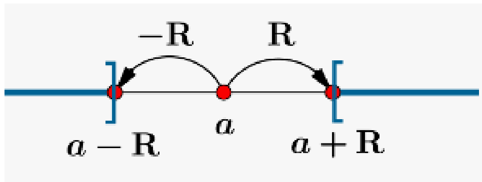


$\boxed{S=]-2\,;14[}$

b. $|2x+5|>3$ *On divise tout par 2*

$\Leftrightarrow |x-(-2,5)|<4$

ici a = -2,5 et R = 4 avec des crochets ouverts



$\boxed{S=]-\infty\,;-6,5[\cup]1,5\,;+\infty[}$

c. $2\leqslant|x+1|<4$

On veut $2\leqslant|x+1|$ **ET** $|x+1|<4$

$2\leqslant|x+1|$ donne $\boxed{I=]-\infty;-3]\cup[1\,;+\infty[}$ et $|x+1|<4$ donne $\boxed{J=[-5\,;3]}$

On cherche donc les nombres qui sont **A LA FOIS** dans I et dans J :

$\boxed{S=[-5\,;-3]\cup[1\,;3]}$

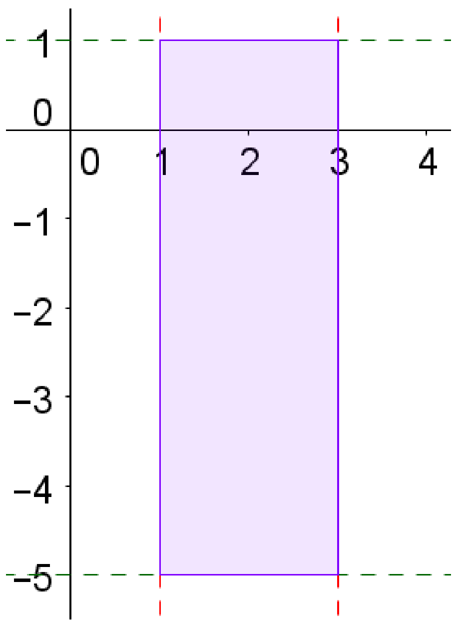
Exercice 15

On résout chaque inéquation :

$|x-2|\leqslant 1$ *ici a = 2 et R = 1, donc* $x\in[1\,;3]$

$|y+2|\leqslant 3$ *ici a = -2 et R = 3, donc* $y\in[-5\,;1]$

L'ensemble des points $M(x\,;y)$ du plan vérifiant ces deux inéquations et le rectangle colorié sur la figure ci-contre.



Exercice 21

Notons n le plus petit des trois entiers.
Le deuxième entier est $n+1$.
Le troisième entier est $n+2$.

On veut que

$$\begin{aligned} & 12 \leqslant n+n+1+n+2 \leqslant 27 \\ \Leftrightarrow\ & 12 \leqslant 3n+3 \leqslant 27 \\ \Leftrightarrow\ & 12-3 \leqslant 3n \leqslant 27-3 \\ \Leftrightarrow\ & 9 \leqslant 3n \leqslant 24 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{9}{3} \leqslant n \leqslant \frac{24}{3} \\ \Leftrightarrow\ & 3 \leqslant n \leqslant 8 \end{aligned}$$

Les valeurs possibles de n sont donc les entiers compris entre 12 et 27.

Exercice 25

Résoudre le système d'inéquation : $\begin{cases} \frac{9}{2}x+5 \leqslant 100 \\ \frac{4}{5}+2x > -20 \end{cases}$.

$$\frac{9}{2}x+5 \leqslant 100 \quad \Leftrightarrow \quad 9x+10 \leqslant 200 \quad \Leftrightarrow \quad 9x \leqslant 190 \quad \Leftrightarrow \quad x \leqslant \frac{190}{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{x \in]-\infty ; \frac{190}{9}]}$$

$$\frac{4}{5}+2x > -20 \quad \Leftrightarrow \quad 4+10x > -100 \quad \Leftrightarrow \quad 10x > -104 \quad \Leftrightarrow \quad x > \frac{-104}{10}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{x \in]-10{,}4 ; +\infty[}$$

Les solutions du système appartiennent à l'intersection des deux ensembles que nous venons de trouver.

Or $]-\infty ; \frac{190}{9}] \cap]-10{,}4 ; +\infty[\ = \ ]-104 ; \frac{190}{9}]$, finalement $\boxed{S =]-104 ; \frac{190}{9}]}$

Sources

exercice 23-24 : http://www.jaicompris.com/lycee/math/ensemble/intervalle.php