Chapitre 20 : Surfaces

Selon Hérodote, la géométrie dans l'Égypte antique prend son origine dans la nécessité de répartir équitablement les surfaces des champs cultivés après les crues du Nil. Les Égyptiens connaissaient les formules usuelles de calcul des aires des polygones et la majorité des problèmes de géométrie conservés de cette époque concernent des problèmes d'aires.

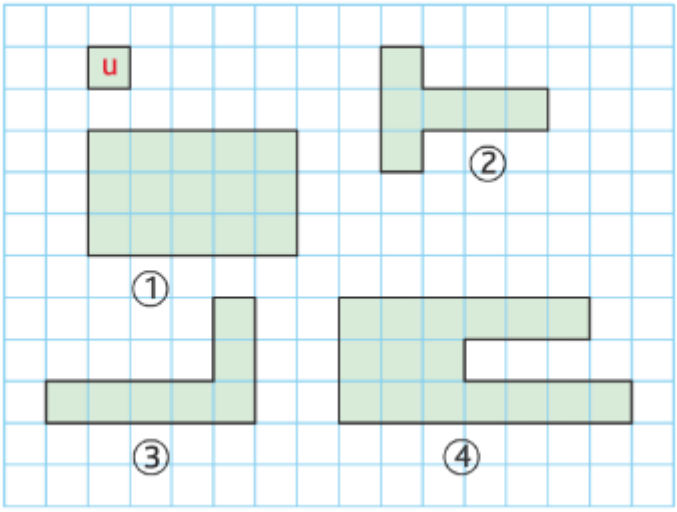
Voici un extrait du papyrus Rhind (le problème R51) datant de -2000 av JC (environ) :

> « Exemple de calcul d'un triangle de terre. Si quelqu'un te dit : « Un triangle de dix khet sur son *mryt* et de quatre khet sur sa base. Quelle est sa superficie ? ». Calcule la moitié de quatre qui est deux pour en faire un rectangle. Tu fais en sorte de multiplier dix par deux. Ceci est sa superficie. »

I) Qu'est ce qu'une superficie ?

Définition :

Une **superficie** (aussi appelée **surface**) est une zone délimitée par un contour. Il s'agit de l'intérieur d'une figure.



Voici quatre figures, les surfaces sont coloriées.

Quelle est la plus grande zone ?

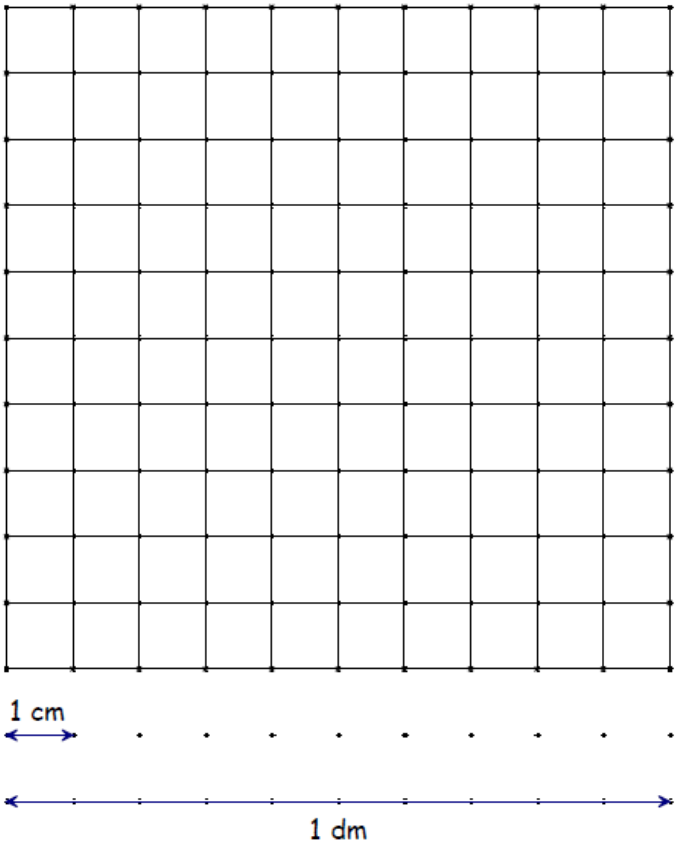
Pour comparer des surfaces, il faut que l'on arrive à mesurer cette surface. On peut, par exemple, compter le nombre de carreaux dans chaque surface. Ce carreau que j'ai choisi est appelé unité d'aire.
On aurait pu choisir autre chose (un carré composé de 4 petits carreaux, des triangles, des disques,...)

II) Mesurer une surface

Définition :

L'aire d'une surface est un nombre quantifiant cette surface. L'aire s'exprime en m^2. Cela signifie que l'on va compter le nombre de carreaux de 1m de côté que contient la surface.
Si des carreaux de 1m de côté sont trop grands, on comptera des carreaux plus petits (1 cm de côté et on aura alors des cm^2).
Comme pour les longueurs, on peut donc convertir des m^2 en cm^2 ou en dm^2 etc ... avec une subtilité cependant.

1 dm^2 vaut combien de cm^2 ?
Comme 1 dm = 10 cm, on aurait envie de dire 1 dm^2 = 10 cm^2 **C'EST FAUX**
Comprenez la phrase " 1 dm^2 vaut combien de cm^2 " comme "1 carré de 1 dm de côté contient combien de carrés de 1 cm de côté ". Regardons :



Donc **1 dm² = 100 cm²**

Mais au fait, que signifie ce petit 2 en l'air ?

Il se lit carré et permet d'écrire plus rapidement une multiplication $5\times5=5^2$

Par exemple, $7^2=7\times7=49$

III) Convertir des aires

1 dm = 10 cm, donc 1 dm² = 1 dm x 1 dm = 10 cm × 10 cm = 100 cm².
De même, 1 m = 100 cm, donc 1 m² =1m x 1m = 100 cm x 100 cm= 10 000 cm²
On utilisera le tableau suivant :

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

Exemple :

1,23 cm² = ...dm²

578 000 000 m² = ...km²

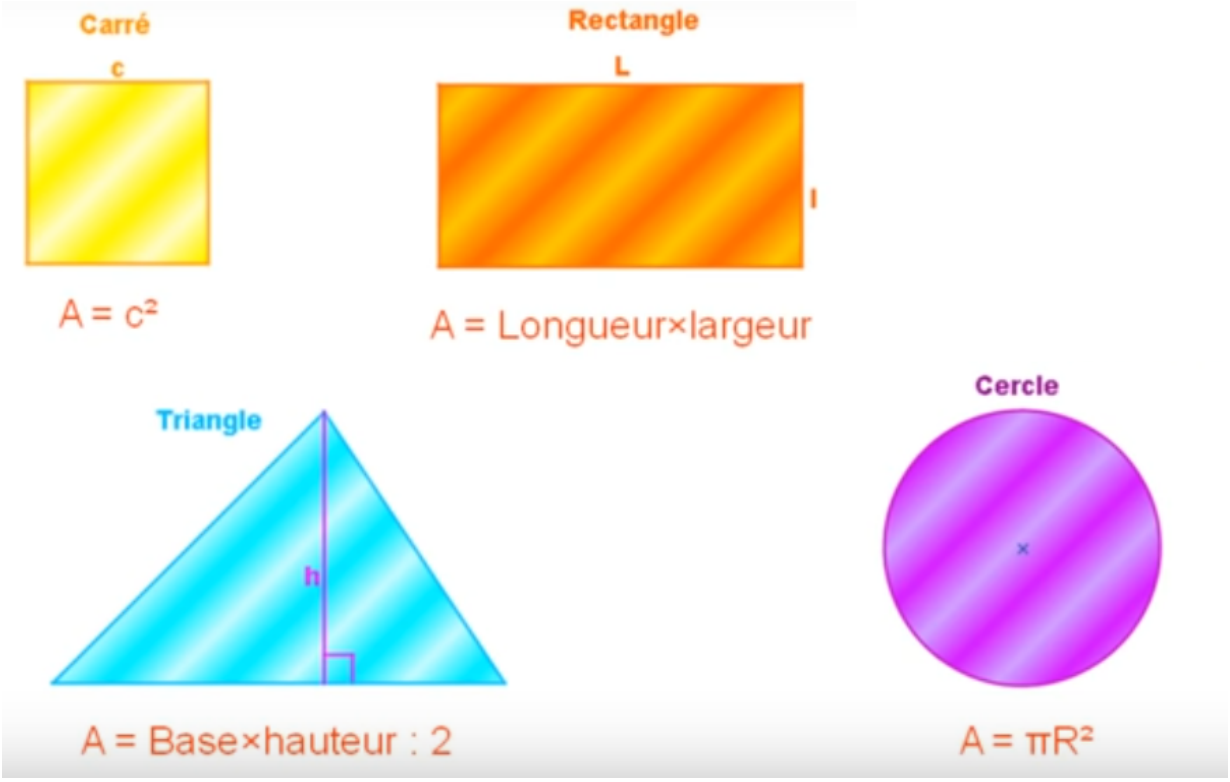
2,65 dam² =.....dm²

0,000000005 hm² =.....mm²

IV) Calculer des aires

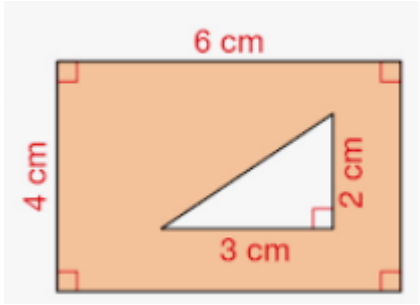
Bon on va pas compter des carreaux à chaque fois quand même. Et pis si je cherche la superficie de la France, y a pas de carreaux ……

Pour certaines figures géométriques, il existe des formules à connaître **par cœur**.



Si une surface est composée de plusieurs morceaux, il suffit d'additionner ou soustraire les zones.

Exemple



L'aire coloriée se calcule en faisant :

$$A_{colorée} = A_{rectangle} - A_{triangle}$$

$A_{rectangle} = 4 \times 6 = 24\ cm^2$ et $A_{triangle} = 3 \times 2 \div 2 = 3\ cm^2$

Donc $\boxed{A_{colorée} = 24 - 3 = 21\ cm^2}$