Chapitre 22 : Espace et volume

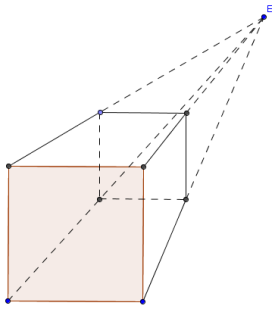
Le mot espace vient du latin *spatium*, qui a deux significations : elle désigne l'arène, les champs de courses mais aussi une durée. En ancien et moyen français, espace signifiait plutôt un laps de temps, une durée : *le soleil occupait tout l'espace du jour*.
En mathématiques, l'espace se refère à un ensemble (de points) défini sur trois dimensions alors que le plan n'est défini que sur deux dimensions (et la droite sur une seule).

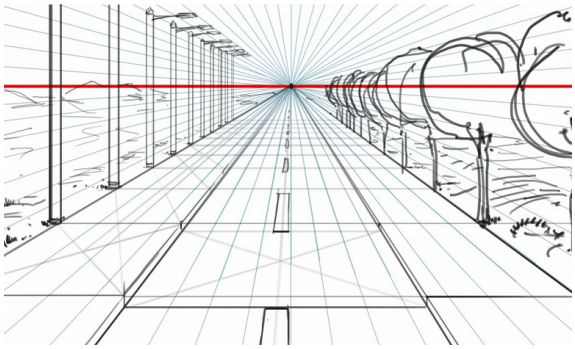
I) Représenter l'espace

DESSIN EN 3D

Pour représenter ces objets, il faut les dessiner en donnant l'illusion d'une troisième dimension en utilisant une perspective. Il existe plusieurs sortes de perspectives, vous devrez en connaître deux.

Perspective avec point de fuite

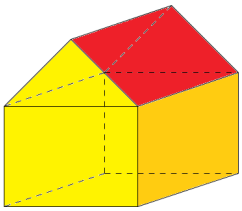


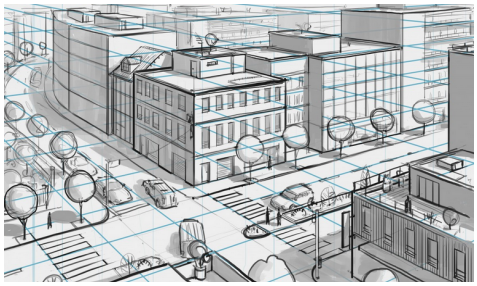


C'est une perspective qui traduit l'éloignement d'un objet et celle qu'on peut voir tous les jours (en dehors du cours de math).
Il suffit d'observer une route qui s'avance sur l'horizon, même si l'on sait que les bords restent toujours à la même distance l'un de l'autre, on a l'impression que les bords se rapprochent inexorablement.

Perspective cavalière

Cette perspective est plus adaptée pour les maths ou les dessins techniques car le solide est moins déformé et conserve plus de propriétés.





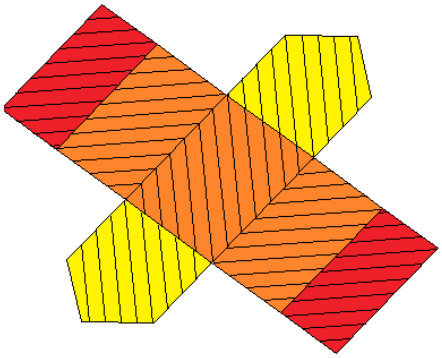
Ici, les côtés qui sont parallèles sur la figure sont parallèles en réalité.

Dans un dessin en perspective cavalière :

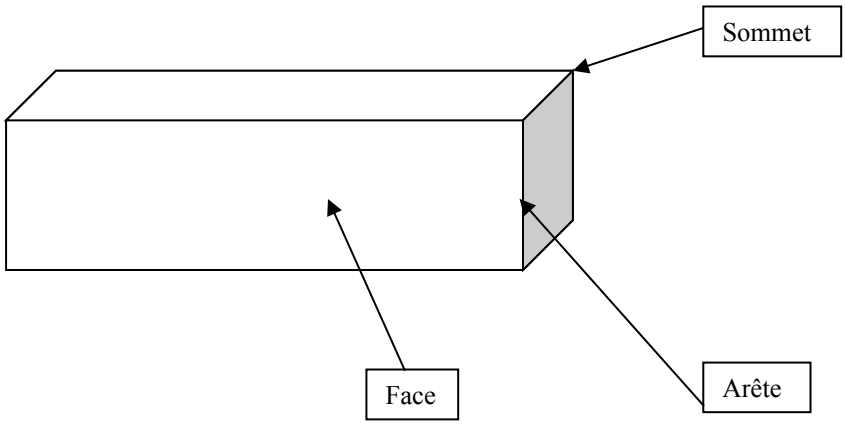
- les arêtes parallèles dans la réalité sont représentées par des traits parallèles sur le dessin.
- Les arêtes cachées dans la réalité sont représentées par des traits en pointillés.
- Les arêtes qui vont vers « l'arrière » sont représentées par des traits inclinés.

PATRON

Pour construire un solide en 3D, on dessinera un patron (un modèle aplati de l'objet) qui une fois plié formera le solide. Tous les objets ne peuvent pas être construits avec un patron (par exemple la sphère)



II) Pavé



Définition 1 :

Un pavé droit est un solide dont toutes les faces sont rectangulaires.

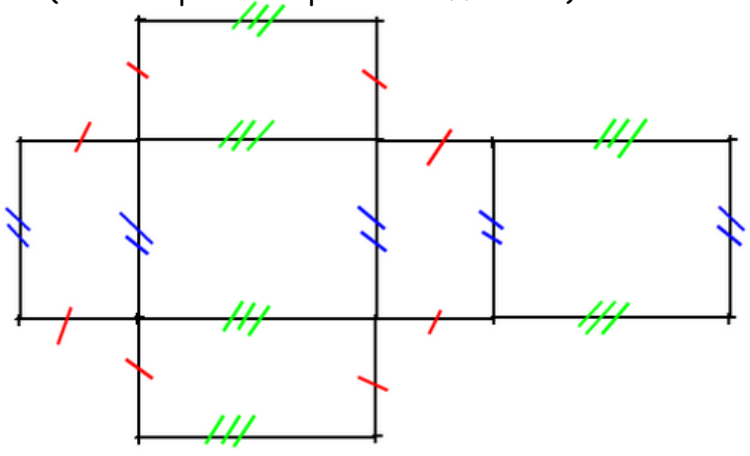
Propriété n°1 :

Un pavé droit a 6 faces, 8 sommets et 12 arêtes.

Remarque :

Un cube est un pavé droit dont les faces sont des carrés.
Un parallélépipède rectangle est l'autre nom donné à un pavé droit.

Voici un patron d'un pavé (il existe plusieurs patrons différents)



III) Volume

Définition 2 :

Le **volume** d'un solide est la mesure de l'espace occupé par ce solide. Comme pour les longueurs ou les surfaces, la mesure dépend de l'unité choisie.

L'unité usuelle est le mètre cube noté m^3 , $1\,m^3$ représente le volume d'un cube de 1 m de côté.

Ainsi avoir une boîte de $51\,cm^3$ signifie que l'on pourrait mettre dans cette boîte 51 cubes de 1 cm de côté.

Définition 3 :

La **capacité** (ou **contenance**) d'un récipient est la quantité maximale de liquide nécessaire pour le remplir. L'unité usuelle est le Litre.

Dans l'usage, on confond souvent capacité et volume (en fait, on parle rarement de capacité).

Tableau de conversion

hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
											L	dl	cl	ml			

Remarquez bien qu'il faut trois chiffres par colonne, les virgules se placent obligatoirement entre deux colonnes (les traits verticaux en gras).

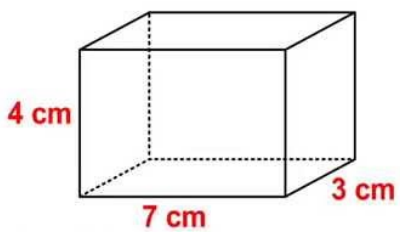
Propriété n°2 : $1\,L = 1\,dm^3$

IV) Volume de pavés, cubes

Propriété n°3 :

$V_{pavé} = l \times L \times h$ $\qquad$ $V_{cube} = c \times c \times c = c^3$

Exemple :



V = L x l x h

V = 7 x 3 x 4

V = 21 x 4 = 84 cm³