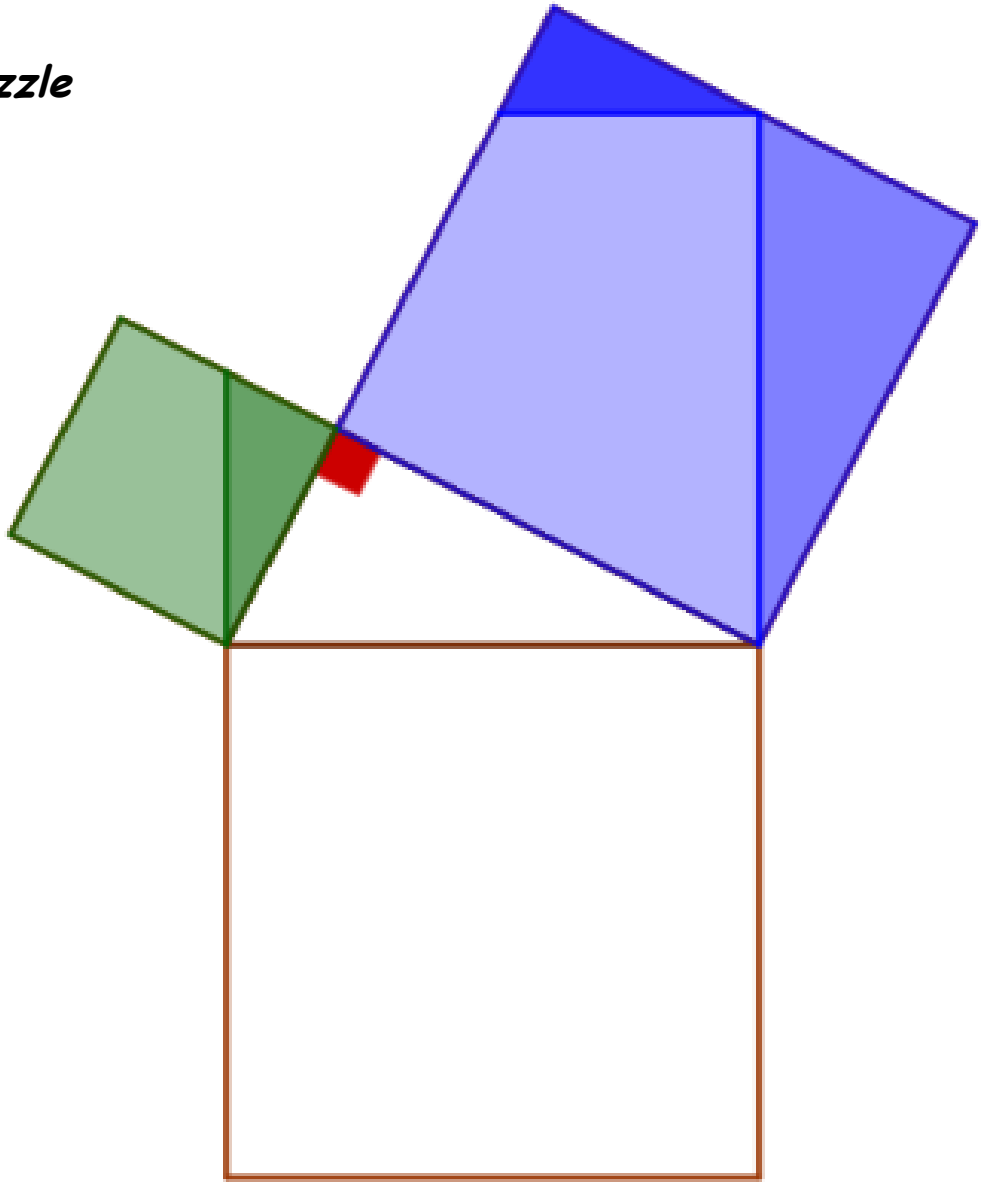
Activité : Pythagore

Un puzzle



1) Découper les morceaux des carrés distribués et placer les à l'intérieur du grand carré. Les pièces ne doivent pas se chevaucher ni dépasser du carré.

réponse : https://www.geogebra.org/m/tabvm5vg

2) On appelle *a*, *b* et *c* les côtés des trois carrés (du plus petit au plus grand). Quelles sont les aires de ces carrés ?

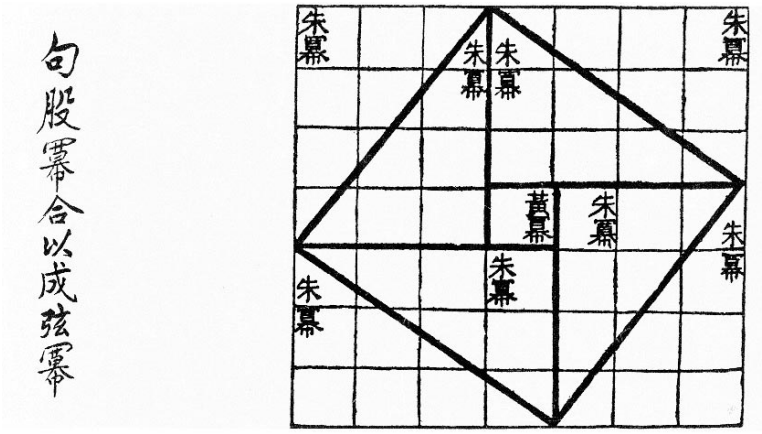
3) Comparer la surface du grand carré à la surface des deux petits carrés mis ensembles.

4) Quelle relation peut-on écrire entre *a*, *b* et *c* ?

Cette relation, appelée théorème de Pythagore, semble fonctionner pour tous les triangles rectangles.

Zhoubi Suanjing

Entre 1046 et 256 av JC, (on ne sait pas de manière précise) on trouve ce dessin dans un manuel chinois appelé ***Zhoubi Suanjing*** qui illustre le théorème de Pythagore pour le triangle rectangle de dimensions **3,4 et 5**.



On considère qu'un carreau mesure 1cm.

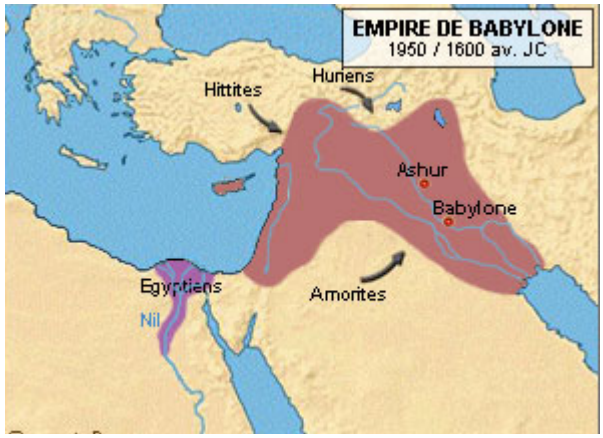
1) Quel est le côté du grand carré ?
   En déduire son aire.

2) Quel est le côté du petit carré ?
   En déduire son aire.

3) Quelle est l'aire d'un des triangles rectangles ?

4) En utilisant les questions 2) et 3), trouvez une autre méthode pour calculer l'aire du grand carré.

Empire Babylonien et Egyptien



Les babyloniens et les egyptiens connaissaient des triplets de nombres vérifiant la propriété de Pythagore. Les archéologues ont retrouvées de nombreuses tablettes d'argile et sur l'une d'elle, la tablette « Plimton 322 », datée du 18^{e} siècle av. J.-C , on retrouve ces deux triplets :

a. 119 , 120 , 169

b. 4961 , 6480 , 8161

1. Vérifiez que ces nombres vérifient l'égalité de Pythagore.

Ces triplets de nombres rangés dans l'ordre croissant sont appelés triplets pythagoriciens.

2. Sauriez- vous compléter 3 triplets pythagoriciens ?

3 , 4 , ? 5 , 12 , ? ? , 24 , 25

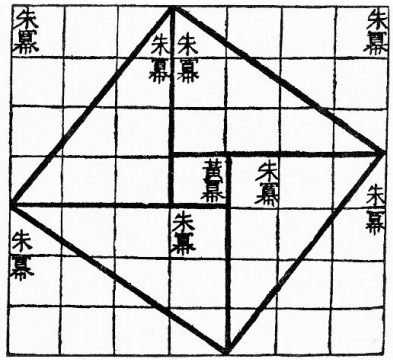
Pourquoi théorème de Pythagore ?

*Il porte le nom de **Pythagore de Samos**, philosophe de la Grèce antique du 6e siècle av. J.-C. bien que le résultat soit déjà connu plus de mille ans auparavant en Mésopotamie. Il était en fait déjà connu des chinois et des Babyloniens, bien avant Pythagore.*
Par contre, ces derniers n'avaient pas conscience que le théorème valait pour tous les triangles rectangles.
Cette généralisation et sa démonstration sont l'essence des mathématiques (mot dont l'origine est attribuée à Pythagore justement, il signifie « science, savoir »).

Pythagore l'a généralisé mais il semble qu'il n'avait pas démontré ce théorème, la première démonstration connue est due à Euclide (3e siècle av. J.-C.)

Demonstration

Reprenons l'exmple du ***Zhoubi Suanjing*** et essayons de le généraliser. Donc là on ne compte plus les carreaux !

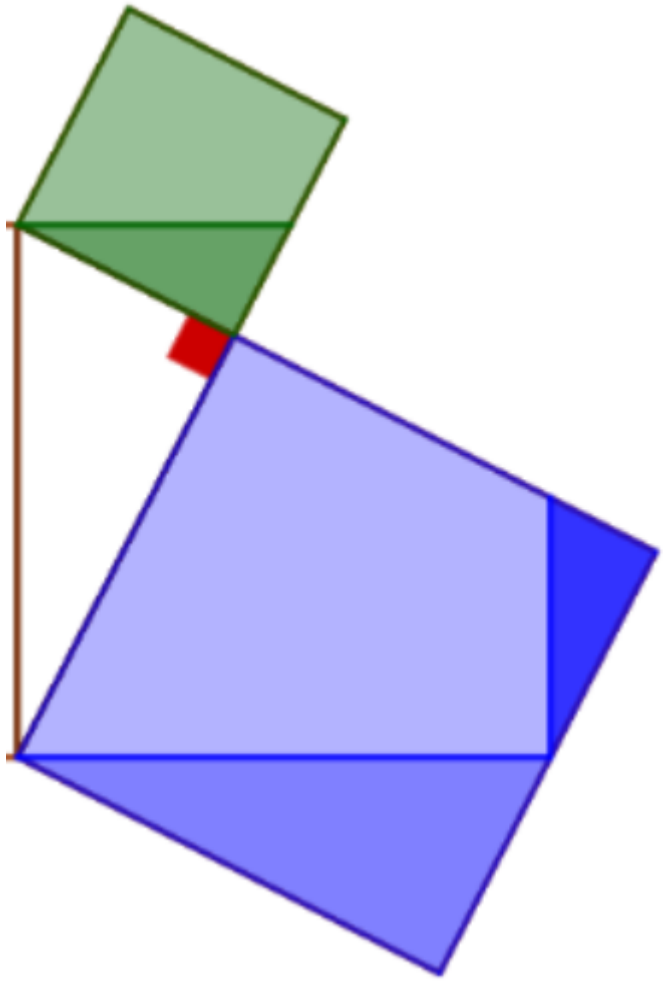
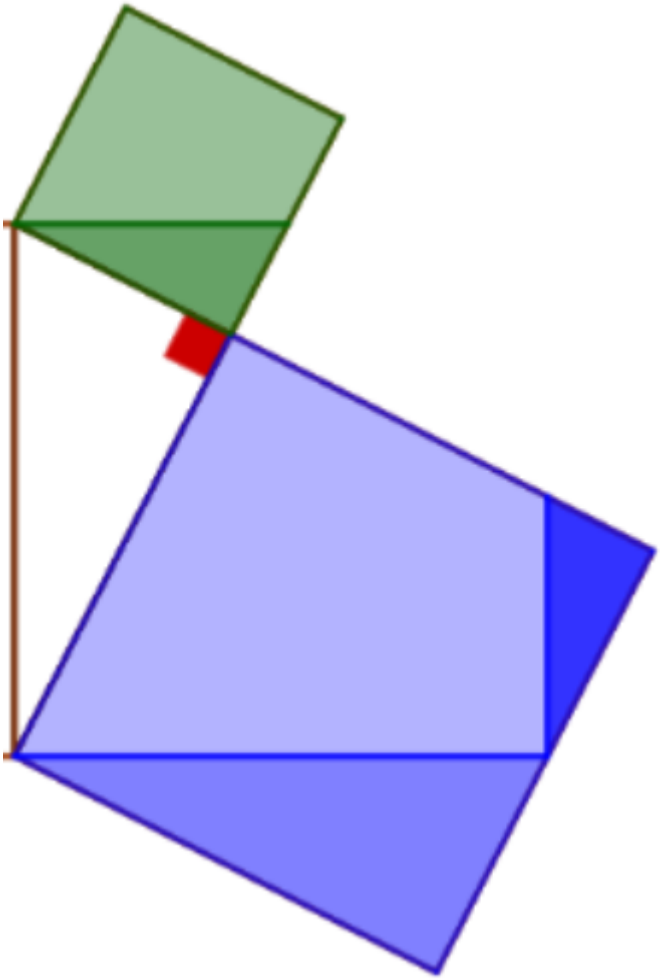
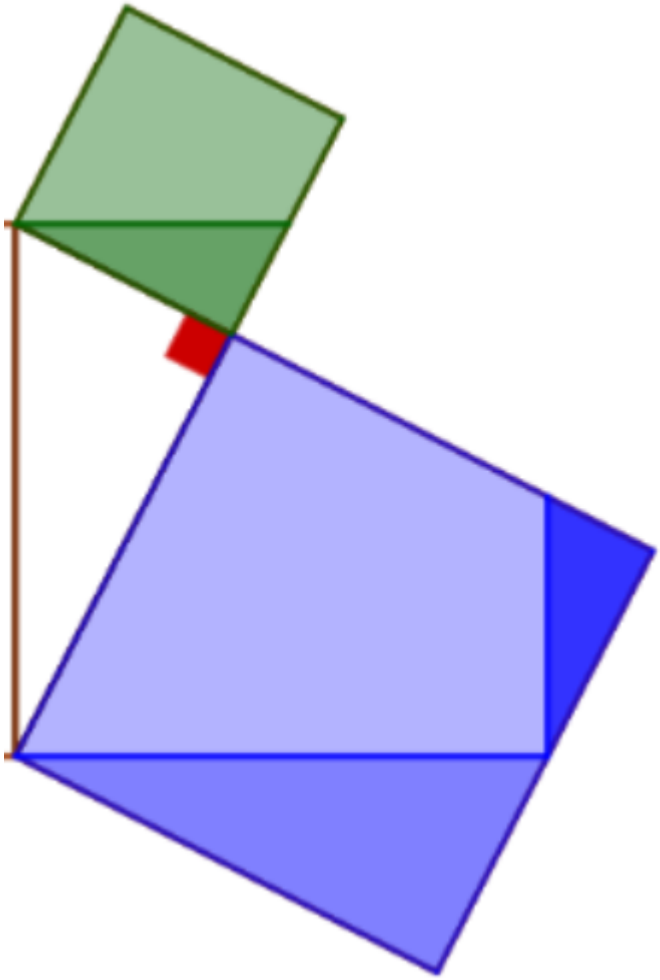
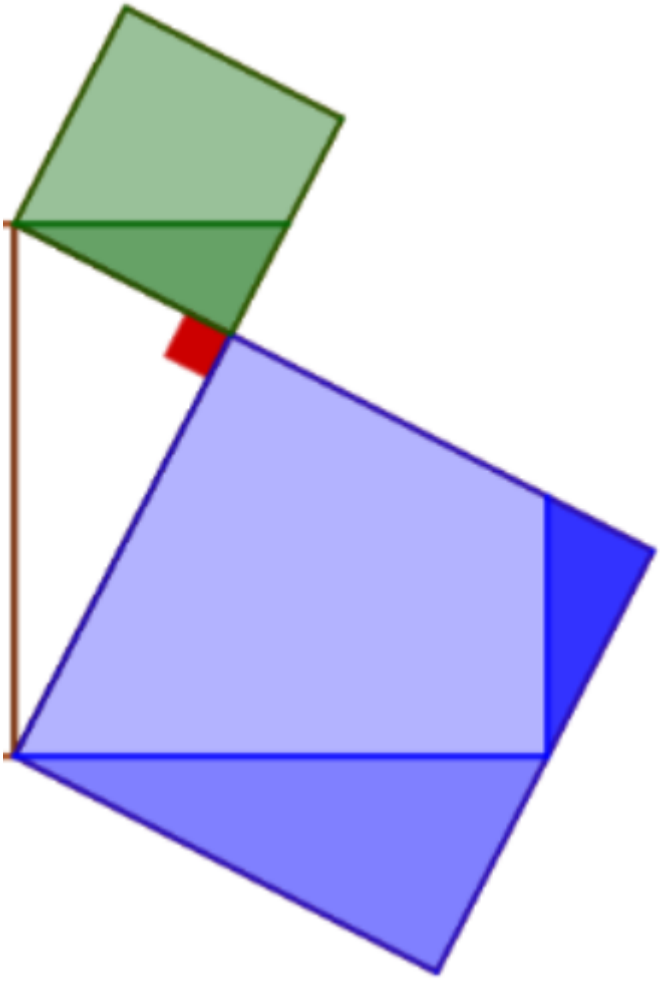


On note *a,b* et *c* les longueurs des triangles rectangles.

1) Quel est le côté du grand carré ? En déduire son aire.

2) Quel est le côté du petit carré ? En déduire son aire.

3) Quelle est l'aire d'un des triangles rectangles ?

4) En utilisant les questions 2) et 3), trouvez une autre méthode pour calculer l'aire du grand carré.

5) Conclure.