

# Cours: Fractions

Le terme *fraction*, apparu en français à la fin du XIIe siècle, est un dérivé du bas latin *fractio* - « action de briser ».

Au XVIe siècle, on les appelaient "nombres rompus".

Une fraction correspondait alors à un morceau d'unité. On ne voulait pas que le numérateur soit plus grand que le dénominateur.

Les anglo-saxons gardent encore ce système avec les nombres mixtes, ainsi ils préféreront écrire  $7\frac{1}{2}$  à la place de 7,5.

## I) Trois définitions



**1<sup>ère</sup> définition :** Une fraction représente un partage (*un fractionnement*).

**2<sup>de</sup> définition :** Une fraction est une division de deux nombres entiers :  $\frac{2}{6} = 2 \div 6$

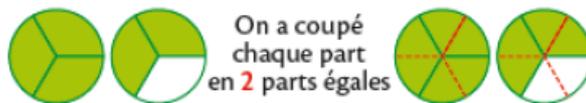
**3<sup>ème</sup> définition :**

La fraction  $\frac{2}{6}$  est le nombre qui complète la multiplication à trou :  $6 \times ? = 2$

## II) Simplification de fraction

Démonstration que  $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$  en utilisant la première définition :

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{10}{6}$$



Pouvez-vous démontrer que  $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$  en utilisant les deux autres définitions ?

- Règles :**
- 1) Un quotient ne change pas lorsque l'on multiplie son numérateur et son dénominateur par le même nombre.
  - 2) Un quotient ne change pas lorsque l'on divise son numérateur et son dénominateur par le même nombre.

**Définition :** - Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.  
- Une fraction que l'on ne peut plus simplifier est dite **irréductible**.

**Exemple :**  $\frac{24}{60} = \frac{2 \times 12}{2 \times 30} = \frac{12}{30} = \frac{2 \times 6}{2 \times 15} = \frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{2}{5}$

Pour déterminer la valeur d'une fraction ou pour calculer une division, on commencera toujours par simplifier.

### III) Critères de simplification

Comment savoir par quel nombre simplifier ? On suit ces étapes dans l'ordre.

#### Enlever les virgules :

Si vous n'avez pas une fraction mais un nombre en écriture fractionnaire (c'est-à-dire qu'il y a une virgule), on rajoute des zéros pour qu'il y ait le même nombre de décimales au numérateur et au dénominateur, puis on efface les virgules.

**exemple :**  $\frac{2,12}{10} = \frac{2,12}{10,00} = \frac{212}{1000}$

#### Par 10 :

Si le numérateur et le dénominateur se terminent par zéro, on peut simplifier par 10.

On peut généraliser cette règle en effaçant autant de 0 (placés à la fin des nombres) en bas et en haut.

**exemple :**  $\frac{20100}{7000} = \frac{201}{70}$

#### Par 2 :

Si le numérateur et le dénominateur sont pairs (ils se terminent par 0, 2, 4, 6 ou 8), on peut simplifier par 2.

**exemple :**  $\frac{180}{8} = \frac{90}{4} = \frac{45}{2}$

#### Par 5 :

Si le numérateur et le dénominateur se terminent par 0 ou 5, on peut simplifier par 5.

**exemple :**  $\frac{40}{55} = \frac{8}{11}$

#### Par 3 plus dur :

On additionne tous les chiffres du numérateur et on recommence avec ce résultat jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un chiffre.

On fait de même avec le dénominateur.

Si les deux chiffres obtenus sont 3, 6 ou 9, on peut simplifier par 3.

**exemple :**  $\frac{42}{75}$        $4+2 = 6$

$7+5 = 12$  et  $1+2 = 3$

on peut simplifier  $\frac{42 \div 3}{75 \div 3} = \frac{14}{25}$