

## Chapitre 3 : Proportions

### I) Définition

#### Définition

On considère un ensemble A (aussi appelé population) contenant un sous-ensemble B (appelé sous-population).

La proportion, aussi appelée fréquence, de B dans A est le nombre

$$p = \frac{\text{effectif de B}}{\text{effectif de A}}$$

La fréquence peut s'écrire sous forme décimale, fractionnaire, en pourcentage, en ppm, ...

#### Application

Dans la classe, il y a 34 élèves dont 14 sont des garçons. Quelle est la proportion de garçons ?  $p = \frac{14}{34} \approx 41,2\%$ Il y a environ 41 % de garçons.	Au 29 sept 2021, la France comptait 67 012 883 habitants et 72,42 % était vaccinés contre le COVID-19. Combien d'habitants étaient alors vaccinés ?  $72,42\% = \frac{nb \text{ vaccinés}}{67\ 012\ 883}$ $\Leftrightarrow nb \text{ vaccinés} = \frac{72,42}{100} \times 67\ 012\ 883$ $\Leftrightarrow nb \text{ vaccinés} \approx 48\ 530\ 729$ Au 29 sept 2021, environ 48 530 729 français étaient vaccinés.	Il y a 235 élèves demi-pensionnaires dans un collège et ils représentent 59 % des élèves. Combien le collège compte-t-il d'élèves ?  $59\% = \frac{235}{eff \text{ total}}$ $\Leftrightarrow eff \text{ total} = \frac{235}{0,59}$ $\Leftrightarrow eff \text{ total} = 235 \approx 398$ Le collège compte environ 398 élèves.
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Remarque :** Lorsque vous cherchez à appliquer un pourcentage en calculant la proportion de qqch, vous devez multiplier.

#### Proportion de proportion

On considère un ensemble A contenant un sous-ensemble B contenant lui-même un sous-ensemble C.

Si p est la proportion de B dans A et p' la proportion de C dans B alors la proportion de C dans A est  $p \times p'$ .

#### Application

13,5 % de la population française est retraitée. 11% des retraités possèdent un camping-car. Quelle part des français, les retraités possédant un camping car représentent-ils ?

$$\frac{13,5}{100} \times \frac{11}{100} \approx 0,015 \approx 1,5\%$$

### II) Evolutions

#### Variation absolue :

L'écart entre une valeur d'arrivée et une valeur de départ est appelé variation absolue. Cette variation peut être positive ou négative.

Cette variation absolue peut ne pas être significative : si un truc a baissé de 10 €, est-ce significatif ? Ca dépend de quoi on parle : le prix d'une maison à 300 000€ (baisse ridicule) ou le prix de mon plein d'essence (environ 80 €).

Du coup, il est fréquent de chercher la variation relative au prix de départ.

### Taux d'évolution : (ou variation relative)

Le taux d'évolution est une valeur quantifiant la modification (hausse ou baisse) d'une valeur initiale.

$$\text{Taux d'évolution} = \frac{v_{\text{arrivée}} - v_{\text{départ}}}{v_{\text{départ}}}$$

Attention à ne pas confondre proportion et taux d'évolution, les deux s'exprimeront la plupart du temps en pourcentage.

*Exemple : Une once d'or (31.1g) valait 340 € en Septembre 2004.  
Elle vaut 1028 € en Août 2018.*

*Le taux d'évolution est de  $t = \frac{1028 - 340}{340} \approx 2.015 = 201.5\%$ , l'once a augmenté de 201 % environ sur cette période. (cela signifie que sa valeur a triplé)*

### Coefficient multiplicateur :

Le coefficient multiplicateur est la valeur obtenue en divisant la valeur d'arrivée par la valeur de départ.

$$\text{Coefficient multiplicateur} = \frac{v_{\text{arrivée}}}{v_{\text{départ}}}$$

### Propriété :

Une formule relie le taux d'évolution et le coefficient multiplicateur :

$$c = 1 + t$$

En pratique, lorsque vous avez le taux d'évolution et devez calculer la valeur d'arrivée, on cherchera le coefficient multiplicateur (mentalement la plupart du temps) et on fera une simple multiplication.

*Exemple : Un concessionnaire m'accorde une remise de 17 % sur une voiture à 13 548 €, quel est le nouveau prix ?*

*C'est une remise donc  $100\% - 17\% = 83\% = 0.83$  (ou  $1 - 0.17 = 0.83$ )*

*Le nouveau prix est de  $0.83 \times 13\,548 = 11\,244.84$  €*

### Entraînement :

Complétez ce tableau

Taux d'évolution	Coefficient multiplicateur
- 3%	
+ 17%	
- 35%	
- 80%	
+ 25%	
+ 5.12%	
- 8.15 %	
	1.24
	0.48
	0.999
	2.481
	0.8075



### Evolutions successives

Lorsque plusieurs taux d'évolutions se succèdent, pour trouver le taux d'évolution global, il faut multiplier les coefficients associés entre eux.

Par exemple, si l'électricité augmente de 6% cinq fois de suite, elle n'aura pas augmenté de 30% en tout mais :  $1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \approx 1,34$  , elle aura augmenté de 34% environ.

### Deux conséquences :

- Si vous augmentez de 10 % puis vous augmentez de 20% cela revient, au final, à la même chose que si vous augmentez de 20% en premier puis ensuite de 10%
- Si vous augmentez de 10% puis si vous diminuez de 10%, vous ne retombez pas sur la valeur de départ :  
En effet,  $1,1 \times 0,9 = 0,99$  , cela correspond à une baisse de 1% et peu importe dans quel ordre vous le faites. Si vous diminuez en premier de 10% puis réaugmentez de 10%, cela revient à une baisse de 1%.

### Evolution réciproque

Considérons un truc à 100€.

Si il augmente de 40 %, le prix passe à 140 €.

Si ensuite il rediminue de 40 %, le prix ne revient pas à 100 € mais  $140 \times 0,6 = 84$  .

En effet, l'augmentation de 40 % correspond à +40 € (40% de 100€) alors que la diminution correspond à -56€ (40% de 140€).

*Il faut être très prudent lorsque l'on manipule des pourcentages qui ne signifient pas grand chose si on ne sait pas à quoi ils font référence.*

### Formule :

Si on note  $t$  le taux d'évolution de  $v_d$  à  $v_a$  alors le taux réciproque  $t'$  est:

$$1+t' = \frac{1}{1+t}$$

car

$$c' = \frac{1}{c}$$

*Dans l'exemple précédent, on a donc  $1+t' = \frac{1}{1+0,4} \approx 0,714$  donc  $t' \approx 0,714 - 1 \approx -0,286$*

*Une hausse de 40 % sera compensée par une baisse de 28.6 %.*

Il est très facile de se tromper sur le sens d'un pourcentage, ou sur les calculs, mais comme ils sont simples à comprendre (même si le calcul qui est derrière est souvent caché, donc difficilement vérifiable), ils sont très utilisés. A vous d'être vigilant. Voici quelques erreurs "évidentes" :



erreur de taux d'évolution



erreur de taux global

