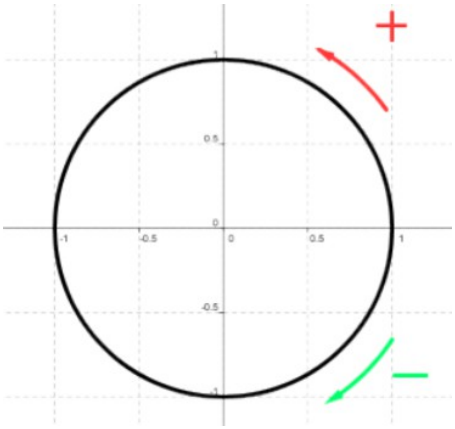
Cours : Angles orientés

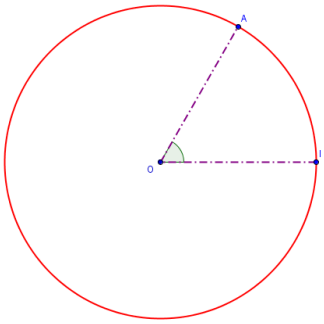
I) Repérage sur un cercle



Définition : Sur un cercle on définit une origine : c'est le point d'intersection avec l'horizontale situé à droite noté I.

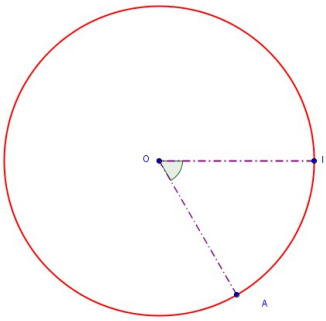
Sur un cercle, on définit le sens *trigonométrique* comme étant le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Un point du cercle est alors repéré par l'angle $\widehat{IOA}$.



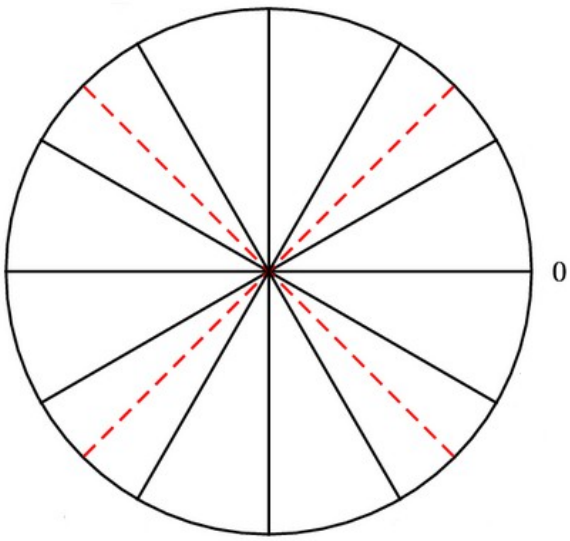
Ici, nous avons placé le point $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$

La mesure peut être négative, il faut alors tourner dans l'autre sens.



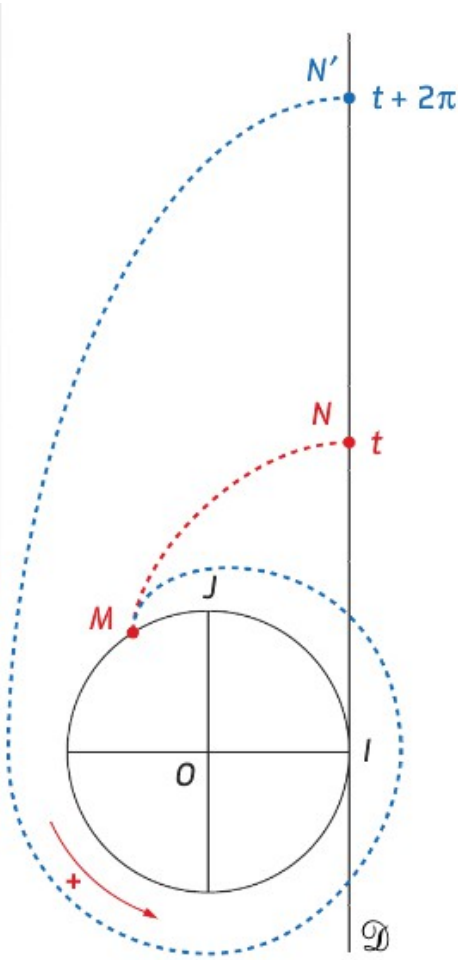
Ici, nous avons placé le point $A\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

degrés	0	30	45	60	90	120	225	270	300	360
radians										



II) Mesure principale

Tous les points d'une droite peuvent être placés sur un cercle, il suffit de l'enrouler autour.



Cela signifie que sur un même point du cercle vont venir se "poser" une infinité de réels. En effet, à chaque fois que la droite refait un tour, elle repasse sur les mêmes points.

Ainsi, un point repéré par un angle de $\frac{\pi}{3}$ radians et un point repéré par $\frac{\pi}{3}+2\pi$ radians sont situés au même endroit sur le cercle.

Un tour complet correspond à 2π radians.

Définition : La mesure principale d'un angle est la mesure de cet angle comprise dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

Exemple : $\frac{70\pi}{3}$ *, le nombre au numérateur est plus grand que le dénominateur, il faut enlever des tours. Un tour vaut* 2π *, en mettant au même dénominateur :* $2\pi=\frac{6\pi}{3}$ *, on va donc enlever de 70 autant de 6 que possible (on fait une division.)*

On a $70\div 6\approx 11{,}66$.
On arrondit à l'unité et on trouve 12 (attention à l'arrondi.)

Il faut retrancher 12 tours pour trouver la mesure principale :

$$\frac{70\pi}{3}-12\times 2\pi=\frac{70\pi}{3}-24\pi=\frac{70\pi}{3}-\frac{72\pi}{3}=-\frac{2\pi}{3}$$

Finalement, la mesure principale de $\frac{70\pi}{3}$ *est* $-\frac{2\pi}{3}$.

A quoi ça sert ?

2000 ans avant JC, les babyloniens calculent la position des astres pour se répérer (et donc se déplacer) grace à des calculs liés aux angles.

Aujourd'hui, la trigonométrie intervient dans l'étude des fonctions périodiques grace à ce que l'on appelle des séries de Fourier (le son, la lumiére, les battements cardiaques, un signal électrique, les ondes cérébrales, les ondes sismiques, le traitement d'images ...).