

Cours: Fractions

Une fraction est une division de nombres entiers. On ne divise jamais par zéro!

I) Sommer des fractions

Propriété : Pour additionner des fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Si elles n'ont pas le même dénominateur, il faut multiplier par un nombre choisi correctement.

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{20} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} + \frac{7}{20} = \frac{12}{20} + \frac{7}{20} = \frac{19}{20}$$

II) Multiplier des fractions

Propriété : Pour multiplier des fractions, il faut multiplier les numérateurs entre eux puis les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Application :

$$\frac{-2}{8} + \frac{-3}{-4} \times \frac{2}{-3} = \frac{-2}{8} + \frac{-6}{12} = \frac{-2 \times 3}{8 \times 3} + \frac{-6 \times 2}{12 \times 2} = \frac{-6}{24} + \frac{-12}{24} = \frac{-18}{24}$$

III) Diviser par une fraction

Définition : L'inverse d'une fraction est la fraction obtenue en inversant le numérateur et le dénominateur.

L'inverse de $\frac{7}{3}$ est la fraction $\frac{3}{7}$, l'inverse de 5 est $\frac{1}{5}$.

Propriété : Le produit d'une fraction et de son inverse donne 1.

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

Propriété : Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Application :

$$\frac{2}{-8} \div \frac{-4}{-5} = \frac{2}{-8} \times \frac{-5}{-4} = \frac{-10}{32}$$

IV) Avec les nombres relatifs

Convention : Pour des raisons de clarté, s'il y a un signe moins dans une fraction, on le met devant la fraction ou devant le numérateur.

$$\frac{2}{-7} = -\frac{2}{7} = \frac{-2}{7}$$

Propriété : Comme pour les multiplications, on peut simplifier les signes - s'il y en a deux.

$$\frac{-8}{-5} = \frac{8}{5} \qquad \frac{-5 \times -3}{-7} = \frac{-5 \times 3}{7}$$

Enfin, n'oubliez pas les priorités opératoires, on calcule dans l'ordre :

- 1/ les parenthèses
- 2/ les multiplications et les divisions
- 3/ les additions et les soustractions

Application :

Calculez :

$$\frac{-2}{3} + \left(\frac{1}{-5} - \frac{-2}{3} \right) \times \frac{-5}{-4} = \frac{-2}{3} + \left(\frac{-1}{5} + \frac{2}{3} \right) \times \frac{5}{4}$$

On commence par simplifier les -.

$$= \frac{-2}{3} + \left(\frac{-1 \times 3}{5 \times 3} + \frac{2 \times 5}{3 \times 5} \right) \times \frac{-5}{-4}$$

On calcule les (), on met au même dénominateur.

$$= \frac{-2}{3} + \left(\frac{-3}{15} + \frac{10}{15} \right) \times \frac{5}{4}$$

On calcule le produit.

$$= \frac{-2}{3} + \frac{7}{15} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{-2}{3} + \frac{35}{60}$$

On met au même dénominateur.

$$= \frac{-2 \times 20}{3 \times 20} + \frac{35}{60}$$

On additionne les numérateurs.

$$= \frac{-40}{60} + \frac{35}{60}$$

On pense à simplifier.

$$= \frac{-5}{60}$$

$$= \frac{-5 \div 5}{60 \div 5}$$

$$= \frac{-1}{12}$$

IV) Simplification

Pour simplifier une fraction, il faut diviser en haut et en bas par le même nombre.

Comment savoir par quel nombre diviser? On regarde les deux nombres :

S'ils se terminent par zéro, on divise par 10.

S'ils sont pairs, on divise par 2.

S'ils se terminent par 0 ou 5, on divise par 5.

Si la racine numérique des deux nombres est 3, 6 ou 9; on divise par 3.