

Cours: Proportionnalité

I) Tableaux

Définition: Un tableau est **proportionnel** si pour passer d'une ligne à l'autre, on multiplie toujours par le même nombre.

Cela revient en dire qu'en divisant la première ligne par la deuxième, ou l'inverse, on trouve toujours le même résultat.

Ce tableau est-il proportionnel ?

1	4	7	11	23	240
6	24	42	66	138	1440

$$\frac{6}{1}=6$$

$$\frac{24}{4}=6$$

$$\frac{42}{7}=6$$

$$\frac{66}{11}=6$$

$$\frac{138}{23}=6$$

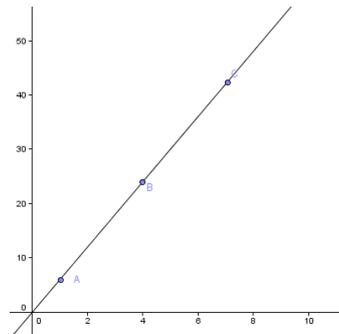
$$\frac{1440}{240}=6$$

Pour passer de la deuxième ligne à la première, on multiplie tout le temps par 6; c'est donc un tableau de proportionnalité.

Remarque : Pour passer de la 1ère à la 2ème ligne, on divise par 6 (ou on multiplie par $\frac{1}{6}$)

Propriété :

Un tableau est proportionnel si la courbe associée est une droite passant par l'origine.



II) Comment compléter un tableau de proportionnalité?

1) En multipliant ou divisant une colonne

1	4
2,3	

Ici, il suffit de multiplier la première colonne par 4 puisque $1 \times 4 = 4$. Donc le nombre manquant est $2,3 \times 4 = 9,2$

2) En additionnant deux colonnes entre-elles ou en les soustrayant

1	4	5	40	39	79
2,3	9,2	x	92	y	z

Pour trouver x , on additionne les deux premières colonnes

$$x = 2,3 + 9,2 = 11,5$$

Pour trouver y , on soustrait la colonne n°4 et la colonne n°1

$$y = 92 - 2,3 = 89,7$$

Pour trouver z , on additionne les colonnes n°4 et n°5

$$z = 92 + 89,7 = 181,77$$

3) Règle de trois

16	25
2,3	t

On multiplie en diagonale et on divise par le troisième nombre

$$t = \frac{25 \times 2,3}{16} \approx 3,59$$

III) Application

Echelle : Une carte à l'échelle 1/100 signifie que 1 cm mesuré sur la carte représente en réalité 100cm.

Ainsi en mesurant sur la carte 10,2 cm, je peux calculer la distance réelle

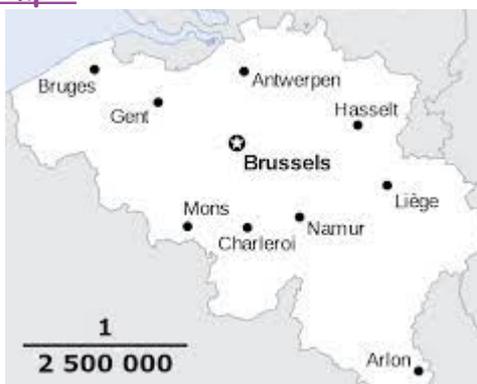
distance mesurée en <i>cm</i>	1	10,2
distance réelle en <i>km</i>	100	?

Et on complète avec un règle de trois par exemple :

$$\frac{100 \times 10,2}{1} = 1\,020$$

La distance correspondra à 1 020cm c'est-à-dire 10,2m.

Exemple



1) Calculez la distance en km entre Bruges et Arlon.

2) Si je voulais représenter la France à la même échelle, quelle est la taille de la feuille qu'il faudrait prévoir ?

Pourcentage : Un pourcentage est une fraction sur 100, il représente une quantité.
Pour calculer un pourcentage, on fera un tableau de proportionnalité

Exemple :

Une voiture de 1250 kg en fin de vie est broyée pour que l'on puisse récupérer les métaux qui la compose. Si on récupère 740kg de métal, quel est le pourcentage des résidus?

740	
1250	100

On écrira toujours 100 en bas à droite, au dessus le pourcentage (ici, c'est ce que l'on cherche) ; on place le plus grand des deux nombres restants à gauche de 100.

Ici, la règle de trois nous donne $\frac{740 \times 100}{1250} \approx 59,2$

59,2% est donc récupéré ce qui laisse 40,8% de résidus.

Vitesse uniforme : Une vitesse est dite uniforme entre deux points lorsqu'elle ne varie pas.

En pratique, la vitesse n'est jamais uniforme (on s'arrête, on démarre, ...) mais l'on peut considérer que la vitesse moyenne est uniforme.

Un mouvement uniforme parcourt une distance proportionnelle au temps.

Rappel : $v = \frac{d}{t}$

Exemple

1) Si je roule à 90 km/h, combien de temps, en minutes, vais-je mettre pour parcourir sur 36 kilomètres ?

2) Je pars le matin à 7h20. J'arrive au collège à 7h55 en roulant à une vitesse moyenne de 65 km/h. A combien de kilomètres du collège se trouve ma maison ?