

Probabilité conditionnelle

Exercice 1

Dans une population, on choisit au hasard une personne et on considère les événements suivants :

- F : « la personne choisie est une femme » ;
- H : « la personne choisie est un homme » ;
- R : « la personne choisie est retraitée ».

Traduire chacune des informations suivantes par une probabilité conditionnelle.

1. Parmi les femmes, 25 % sont retraitées.
2. Un tiers des hommes sont retraités.
3. Chez les personnes retraitées, 45 % sont des femmes.
4. Lorsqu'on interroge un homme, la probabilité pour que ce ne soit pas un retraité est 67 %.
5. Parmi les personnes non retraitées, 55 % sont des femmes.

Exercice 2

Un laboratoire pharmaceutique a réalisé des tests sur 800 patients atteints d'une maladie. Certains sont traités avec le médicament A, d'autres avec le médicament B. Le tableau présente les résultats de l'étude :

	Médicament A	Médicament B	Total
Guéri	383	291	674
Non guéri	72	54	126
Total	455	345	800

1) On choisit au hasard un patient et on considère les événements suivants :

A : « Le patient a pris le médicament A. »

G : « Le patient est guéri. »

Calculer : a) $P(A)$ b) $P(G)$ c) $P(G \cap A)$ d) $P(\bar{G} \cap A)$

2) a) On choisit maintenant au hasard un patient guéri.

Calculer la probabilité que le patient ait pris le médicament A **sachant qu'il est guéri**.

b) On choisit maintenant au hasard un patient traité par le médicament B.

Calculer la probabilité que le patient soit guéri **sachant qu'il a pris le médicament B**.

Exercice 3

On considère l'ensemble des élèves de première d'un lycée selon leur genre et s'ils sont gauchers ou droitiers:

- Il y a 168 élèves de premières dont 92 filles.

- Il y a 23 gauchers dont 10 garçons.

On choisit un élève au hasard. On note : F : « L'élève choisit est une fille »

D : « L'élève choisit est droitier »

- a. Quelle est la probabilité qu'il soit gaucher ?
- b. Quelle est la probabilité que ce soit une fille gauchère ?
- c. Calculer $P_F(D)$.
- d. Sachant que l'élève pris au hasard est droitier, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

Exercice 4

Vous venez de passer un test pour le dépistage du cancer. Le médecin vous convoque pour vous annoncer le résultat : mauvaise nouvelle, il est positif. Pas de chance, alors que ce type de cancer ne touche que 0.1% de la population.

Vous demandez alors au praticien si le test est fiable. Sa réponse est sans appel : « Si vous avez le cancer, le test sera positif dans 90% des cas ; alors que si vous ne l'avez pas, il sera négatif dans 97% des cas ». L'affaire paraît entendue...

A votre avis, après le résultat d'un tel test, quelle est la probabilité que vous ayez le cancer ?

Exercice 5

Un joueur de tennis réussit sa première balle de service avec une probabilité de 0,7. S'il ne réussit pas sa première balle de service, il réussit sa seconde balle de service avec une probabilité de 0,9. On note les événements:

- R_1 : « Il réussit sa première balle de service. »
- R_2 : « Il réussit sa deuxième balle de service. »

1. Représenter la situation par un tableau.
2. Quelle est la probabilité qu'il commette une double faute?

Exercice 6

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 2 % est porteur de la maladie. On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On note respectivement M et T les événements « Être porteur de la maladie » et « Avoir un test positif ».

- a) Un animal est choisi au hasard. Quelle est la probabilité que son test soit positif ?
- b) Si le test du bovin est positif, quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

Exercice 7

Dans une usine, on utilise conjointement deux machines M_1 et M_2 pour fabriquer des jeans en série. Pour une période donnée, leurs probabilités de tomber en panne sont respectivement 0,01 et 0,008.

De plus la probabilité de l'évènement "la machine M_2 est en panne sachant que M_1 est en panne" est égale à 0,4.

1. Représenter la situation par un tableau.
2. Quelle est la probabilité d'avoir les deux machines en panne au même moment ?
3. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une machine qui fonctionne ?

Exercice 8

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :

- « couleur-soin » : une coloration naturelle à base de plantes appelée,
- « effet coup de soleil » : des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure.

Il apparaît que 40 % des clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur soin », 30 % des clients demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, 24 % des clients demandent une « couleur soin » et un « effet coup de soleil ».

On interroge un client au hasard.

On notera C l'évènement « Le client souhaite une "couleur-soin." ».

On notera E l'évènement « Le client souhaite un "effet coup de soleil." ».

1. Donner les valeurs de $P(C)$, $P(C \cap E)$ et $P_c(E)$.
2. Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à 0,42.

Exercice 9

Afin d'établir les liens entre le surpoids et l'alimentation, on interroge les enfants des écoles primaires d'une ville.

L'enquête révèle que 60 % des enfants boivent 1 boisson sucrée ou plus par jour. Parmi les enfants buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids, contre seulement 8 % pour les enfants buvant moins d'une boisson sucrée par jour.

On choisit un enfant au hasard parmi ceux des écoles primaires de la ville et on considère les événements :

- B : « L'enfant boit 1 boisson sucrée ou plus par jour »
- S : « L'enfant est en surpoids »

1. Justifier que $P_B(S) = 0,125$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Calculer $P(B \cap S)$ puis interpréter le résultat obtenu.
4. Déterminer la probabilité que l'enfant soit en surpoids.
5. On a choisi un enfant en surpoids. Quelle est la probabilité qu'il boive 1 boisson sucrée ou plus par jour ?
On arrondira le résultat au millième.
6. Les événements B et S sont-ils indépendants ?

Exercice 10

Selon une enquête, 86% des familles interrogées déclarent posséder une télévision, 48% déclarent ne pas posséder de voiture et 17% possèdent uniquement une télévision.

- 1) Représenter la situation par un tableau.
- 2) On choisit une famille au hasard. Quelle est la probabilité que cette famille ait une télévision sachant qu'elle a une voiture ?

Sources

exercice 1 : <https://www.maths-et-tiques.fr/telech/19CondPM.pdf>

exercice 2 : <http://www.jaicompris.com/lycee/math/probabilite/probabilite-conditionnelle.php>

exercice 9 : <https://www.kwyk.fr/exercices/mathematiques/tg/probabilites-conditionnelles/probabilite-conditionnelle/>