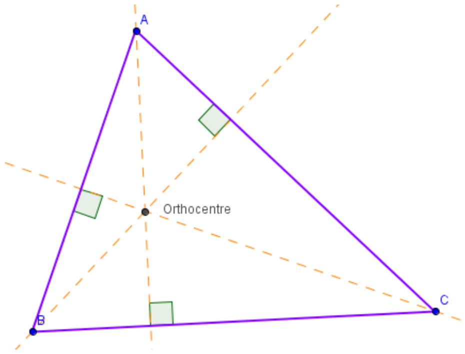
Chapitre 9 : Droites remarquables

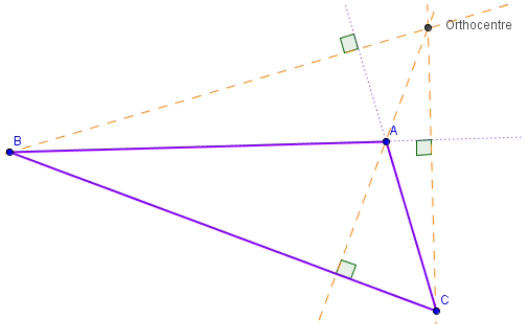
En géométrie, on appelle droite remarquable une droite ayant des propriétés singulières, intéressantes à utiliser.
Par exemple, dans un triangle, les hauteurs, médiane, médiatrice, bissectrice ; dans un quadrilatère , les diagonales ; avec un cercle, la tangente ; etc ...

I) Les hauteurs

Définition:
Dans un triangle ABC,

> la hauteur issue de A est la droite passant par A et perpendiculaire à (BC)
> Les 3 hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé l'orthocentre.





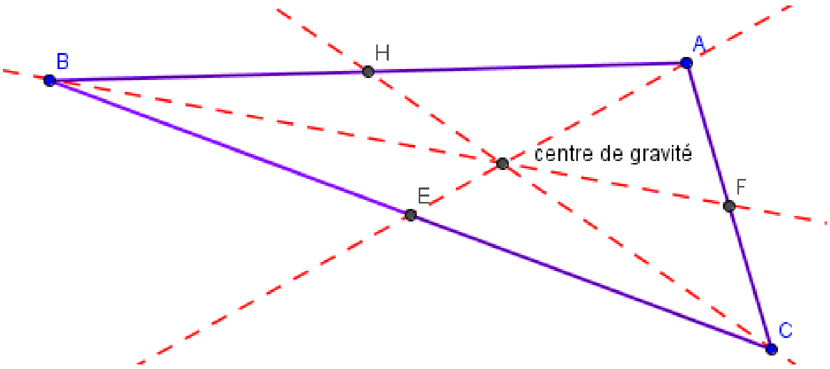
Il arrive que les hauteurs soient extérieures au triangle.

Dans le cas du triangle rectangle, l'orthocentre est le sommet de l'angle droit.

II) Les médianes

Définition:
Dans un triangle ABC,

> La médiane issue de A est la droite passant par A et par le milieu de [BC].
> Les 3 médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre de gravité.



Les points H,E et F sont les milieux de leurs côtés respectifs, rajoutez les égalités de longueurs.

Application: Le centre de gravité est utilisé dès que l'on cherche à mettre un objet en équilibre (sport, voiture, etc...)

Propriété :

Si G est le centre de gravité de ABC, et en notant A' (resp. B', C') le milieu de [BC] (resp [AC],[AB]), alors $AG = \frac{2}{3} AA'$

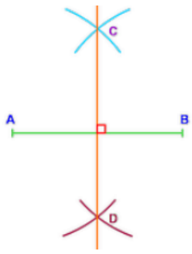
Démonstration : admise

III) Les médiatrices

Définition:

La médiatrice d'un segment [AB] est la perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Pour tracer une médiatrice, on utilise un compas et on n'oublie pas de marquer l'angle droit et les égalités de longueurs.

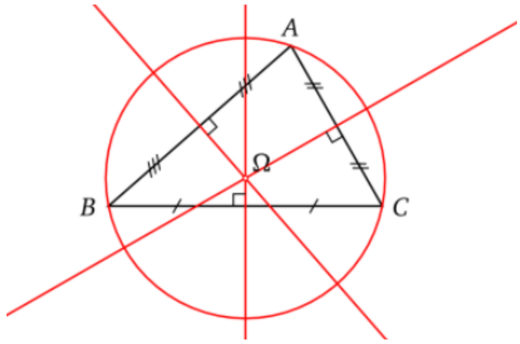


Définition:

Le cercle circonscrit d'une figure est le cercle passant par tous ses sommets.

Propriété:

Les 3 médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre du cercle circonscrit.

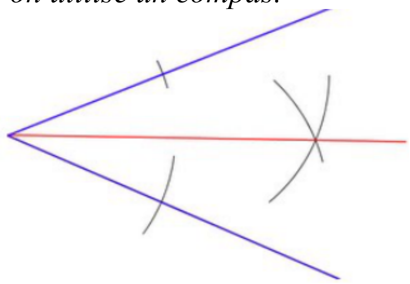


IV) Les bissectrices

Définition:

La bissectrice d'un angle est la droite coupant cet angle en deux angles égaux.

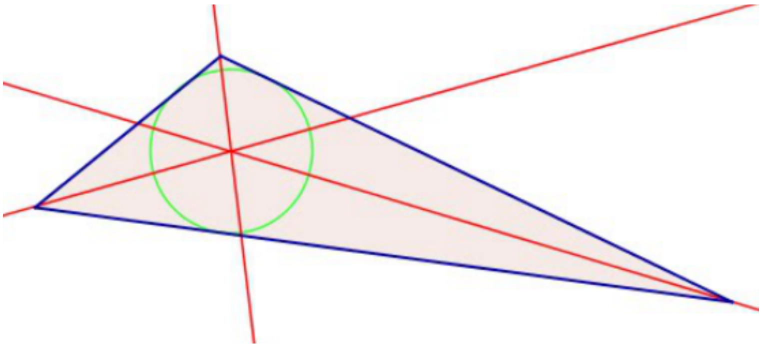
Pour tracer une bissectrice, on utilise un compas.



Définition:

Le cercle inscrit d'une figure est le plus grand cercle que l'on peut tracer à l'intérieur du cercle.

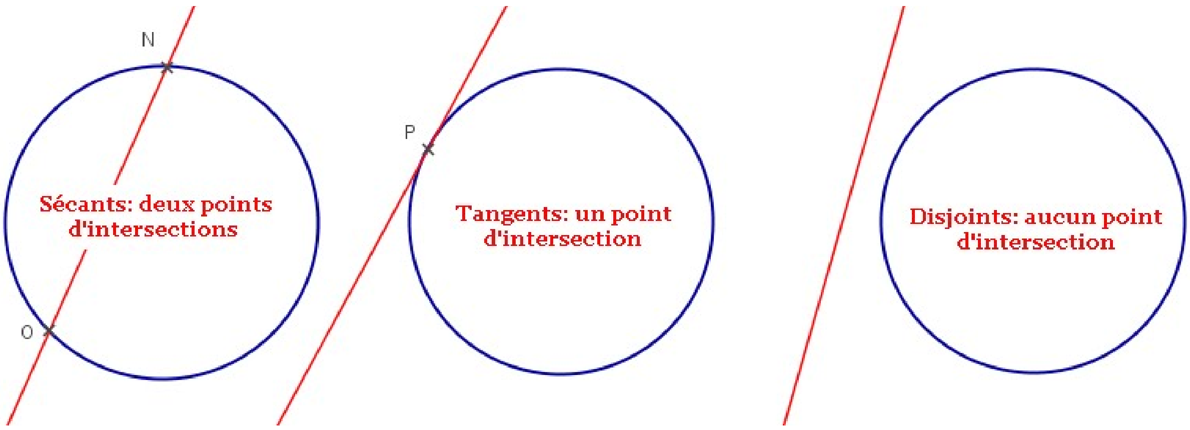
Propriété:
Les 3 bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre du cercle inscrit.



V) Tangente

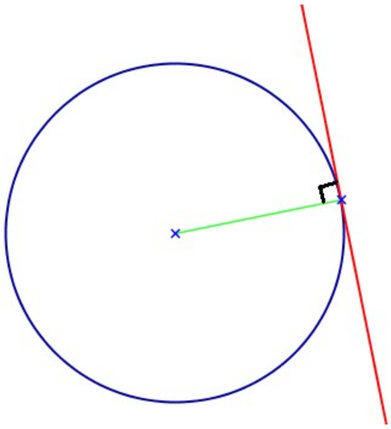
Définition:
Une tangente à un cercle est une droite qui touche le cercle sans rentrer dedans.

Il y a donc trois cas de figures:
1/ la droite et le cercle sont sécants, ils ont deux points en commun
2/ la droite et le cercle sont tangents, ils ont un point en commun
3/ La droite et le cercle sont disjoints, ils n'ont pas de points en commun



Propriété:

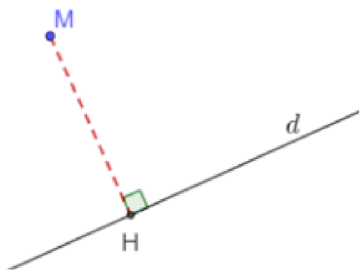
La tangente en A à un cercle de centre O est perpendiculaire au rayon [OA]



VI) Projeté orthogonal

On considère une droite (*d*) et un point M qui n'appartient pas à *(d)*

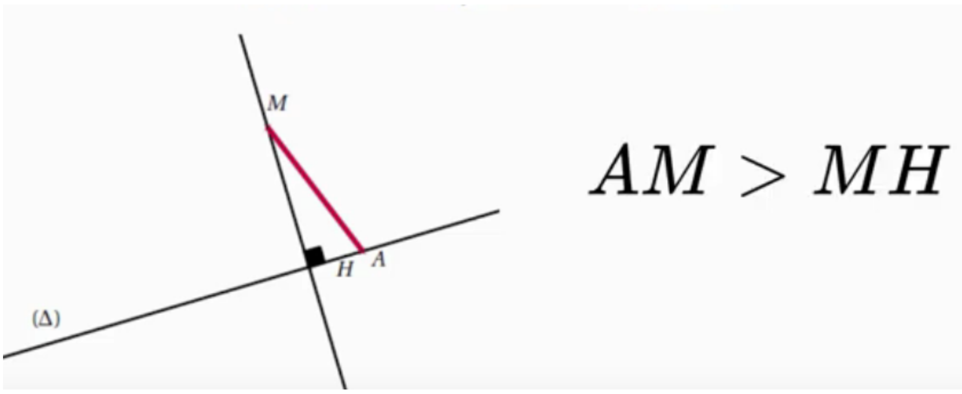
Définition: On appelle **projeté orthogonal** de M sur la droite *(d)* le point d'intersection de *(d)* avec la perpendiculaire à *(d)* passant par M.



Ici, H est le projeté orthogonal de M sur (d).

Propriété :

LA distance du point M à la droite (d) est la plus petite longueur AM où A parcourt (d). Elle est égale à la longueur MH où H est le projeté orthogonal de M sur (d).



Démonstration :

On considère une droite (d), un point M et H le projeté orthogonal de M sur (d). Soit un point A de la droite (d).

Clairement AHM est un triangle rectangle en H. D'après une conséquence du théorème de Pythagore, l'hypoténuse d'un triangle rectangle est toujours le plus grand côté.
Donc l'hypoténuse AM est plus grand que le côté MH.

Peu importe le point A de (d), $AM > AH$ *, ce qui signifie que AH est la plus petite longueur entre un point de (d) et M.*