Cours: Thalès

Thalès de Milet, appelé communément Thalès, est un philosophe et savant grec du 7ème siècle avant JC.
Il fut l'un des «Sept sages» de la Grèce antique. On lui attribue de nombreux exploits arithmétiques, comme le calcul de la hauteur de la Grande Pyramide ou la prédiction d'une éclipse.

Il a su s'écarter des discours explicatifs délivrés par la mythologie pour privilégier une approche naturaliste caractérisée par l'observation et la démonstration.

I) Théorème

Théorème de Thalés (aussi appelé théorème d'intersection)i

Prenons les points A,F,C et A,E,B alignés dans cet ordre.

Si (FE) // (CB) alors les côtés du petit triangle sont proportionnels aux côtés du grand triangle.

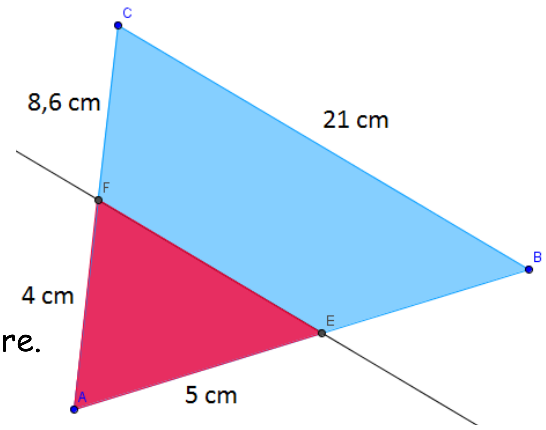
Démonstration : vue en exercice

Ce théorème nous permet de calculer une longueur dans un triangle coupé par une droite parallèle à l'un des côtés.

Application :

On sait que (EF) // (BC).

Calculez les longueurs AB et EF.



Données : A,F,C et A,E,B sont alignés dans cet ordre.

Et je sais que (EF) // (BC)

Propriété : D'après le théorème de Thalès

Conclusion : Les côtés du petit triangle AEF sont proportionnels aux côtés du grand triangle ABC.

On fait dès lors un tableau de proportionnalité.

Côtés du grand triangle **ABC**	**AB** ?	**AC** 12,6	**BC** 21
Côtés du petit triangle **AEF**	**AE** 5	**AF** 4	**EF** ?

Pour trouver le côté AC, on a juste additionné AF + FC.

Il ne reste plus qu'à compléter le tableau avec les techniques de proportionnalité (par exemple la règle de 3)

$$\boxed{AB=\frac{5\times 12{,}6}{4}=\frac{63}{4}=15{,}75}$$

$$\boxed{EF=\frac{4\times 21}{12{,}6}=\frac{84}{12{,}6}\approx 6{,}7}$$

II) Autre utilisation

Si vous arrivez à montrer que le tableau précédent n'est pas proportionnel, alors vous pourrez conclure que les droites ne peuvent pas être parallèles. (puisque si elles étaient parallèles , le tableau serait proportionnel d'après le théorème de Thalès)

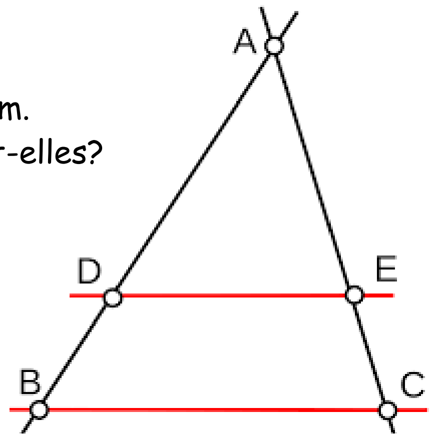
Cette utilisation par mise en défaut du théorème s'appelle la contraposée.

Prenons les points A, D, B et A, E, C alignés dans cet ordre.

> Si les côtés du petit triangle AED ne sont pas proportionnels aux côtés du grand triangle ABC alors (ED) n'est pas parallèle à (BC)

Application :

On donne AD=8cm, AB=40cm, DE=5,5cm , EC = 3cm et BC=27,4cm.
Sur le dessin, les droites (DE) et (BC) ont l'air parallèles, le sont-elles?



Données : A, D, B et A, E, C sont alignés dans cet ordre.

On a $\frac{AB}{AD}=\frac{40}{8}=5$ et $\frac{BC}{DE}=\frac{27{,}4}{5{,}5}\approx 4{,}98$

les deux résultats sont différents.

Propriété : D'après le théorème de Thalès

Conclusion : Les droites (BC) et (DE) ne peuvent pas être parallèles

III) La réciproque

Théorème : Si j'ai A alors j'ai B

Réciproque : Si j'ai B alors j'ai A

Si un théorème est vrai, cela ne signifie pas que la réciproque est vraie pour autant. Il faut faire deux démonstrations différentes.

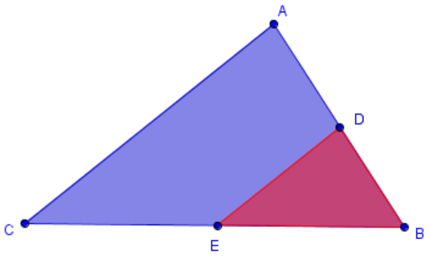
La réciproque du théorème de Thalès:

Prenons les points A, D, B et A, E, C alignés dans cet ordre.

> Si les côtés du petit triangle AED sont proportionnels aux côtés du grand triangle ABC alors (ED) est parallèle à (BC)

Démonstration : admise

Application :



On donne BE=8cm, BC=40cm, DE=5,5cm et AC=27,5cm.

Sur le dessin, les droites (DE) et (AC) ont l'air parallèles, le sont-elles?

Données : B,E,C et B,D,A sont alignés dans cet ordre.

On a $\frac{BC}{BE}=\frac{40}{8}=5$ et $\frac{AC}{DE}=\frac{27,5}{5,5}=5$ *les deux résultats sont identiques.*

Propriété : D'après la réciproque du théorème de Thalès

Conclusion : Les droites (AC) et (DE) sont parallèles

Remarque: Nous n'avons eu besoin que de 4 longueurs sur les six, deux calculs suffisent pour appliquer la contraposée ou la réciproque du théorème de Thalès.

IV) Hors programme

Le petit triangle peut se trouver en dehors du grand triangle (cela dessine alors un papillon).

Calculer AB, BE et CE.

On donne CB = 15 cm, AC = 18 cm, DE = 5 cm,

BD = 6 cm et on sait que (AC) // (DE)