Cours: Fractions II

Lors d'un héritage, j'hérite de 3 septièmes de la fortune familiale alors que ma soeur hérite de 5 quatorzièmes.

Qui aura le plus d'argent, moi ou ma soeur ?

I) Comparer deux fractions

Si elles ont le même dénominateur, c'est facile : la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Si elles n'ont pas le même dénominateur, c'est plus dur : vous devez mettre au même dénominateur.

Rappelez-vous, on peut multiplier en haut et en bas par le même nombre.

Exemple 1: Comparer $\frac{3}{7}$ et $\frac{5}{14}$

$$\text{On remarque que : } \frac{3}{7} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{6}{14}$$

Maintenant que les deux fractions ont le même dénominateur 14, on compare :

$$\text{la plus grande est } \frac{6}{14} \text{ donc } \frac{3}{7} > \frac{5}{14}$$

Pour comparer deux fractions, il faut **OBLIGATOIREMENT** qu'elles aient le même dénominateur. On compare dans ce cas les numérateurs.

Exemple 2:

Ranger dans l'ordre croissant

$$\frac{7}{4}, \frac{5}{16}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, -\frac{4}{2}$$

On choisit 16 comme dénominateur commun. $\frac{28}{16}, \frac{5}{16}, \frac{8}{16}, \frac{6}{16}, -\frac{32}{16}$

On compare les numérateurs. $-\frac{32}{16} < \frac{5}{16} < \frac{6}{16} < \frac{8}{16} < \frac{28}{16}$

En reprenant les fractions originelles.

$$-\frac{4}{2} < \frac{5}{16} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \frac{7}{4}$$

II) Astuce 1 : comparer à 1

Rappel :

Si le numérateur et le dénominateur sont égaux, alors la fraction est égale à 1.

$$\frac{10}{10}=1 \quad \frac{5,2}{5,2}=1 \quad \frac{1948}{1948}=1 \quad \frac{2\sqrt{15}-\pi}{2\sqrt{15}-\pi}=1$$

Propriété

Si le numérateur d'une fraction est plus petit que son dénominateur alors la fraction est plus petite que 1.

$$\text{Si } a < b \text{ alors } \frac{a}{b} < 1$$

Propriété

Si le numérateur d'une fraction est plus grand que son dénominateur alors la fraction est plus grande que 1.

$$\text{Si } a > b \text{ alors } \frac{a}{b} > 1$$

Exemple 3: Comparer $\frac{8}{7}$ et $\frac{5}{6}$

$$8 > 7 \text{ donc } \frac{8}{7} > 1 \quad \text{et} \quad 5 < 6 \text{ donc } \frac{5}{6} < 1$$

$$\text{Ainsi } \frac{5}{6} < 1 < \frac{8}{7} \text{ et finalement } \boxed{\frac{5}{6} < \frac{8}{7}}$$

III) Astuce 2 : Notation anglo-saxonne

Les anglo-saxons (anglais, américains, canadiens, etc ...) n'écrivent pas de numérateurs plus grand que le dénominateur. Ils font la division euclidienne (sans virgule) et décomposent la fraction comme ceci :

$$\frac{9}{7} = 1 + \frac{2}{7} = 1\frac{2}{7} \quad \text{Ainsi } 8\frac{5}{12} \text{ signifie } 8 + 5 \text{ douzièmes.}$$

Il peut être plus simple de comparer en décomposant les fractions.

Exemple 4: Comparer $\frac{16}{7}$; $\frac{27}{6}$ et $\frac{18}{5}$

Nous avons : $\frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$ $\frac{27}{6} = 4\frac{3}{6}$ $\frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$

Finalement $\frac{16}{7} < \frac{18}{5} < \frac{27}{6}$

IV) Astuce 3 : La calculatrice mais c'est de la triche !

Puisqu'une fraction est une division, on calcule chaque fraction et on compare les écritures décimales.

Exemple 5: Comparer $\frac{9}{14}$; $\frac{4}{9}$ et $\frac{23}{50}$

Nous avons : $\frac{9}{14} \approx 0,642$ $\frac{4}{9} \approx 0,444$ $\frac{23}{50} = 0,46$

Finalement $\frac{4}{9} < \frac{23}{50} < \frac{9}{14}$