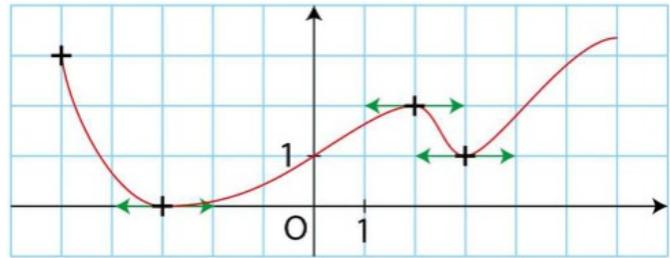


# Application de la dérivée

## Compétence 1 : Variation de fonction

### Exercice 1

Voici la courbe d'une fonction  $f$ .  
Etudier le signe de la dérivée  $f'$ .



### Exercice 2

On considère la fonction  $f(x) = -3x^2 + 12x - 5$

- Quel est l'ensemble de définition  $D_f$  ?
- Etudier les variations de  $f$  (en utilisant la dérivée).

### Exercice 3

Même questions avec  $g(x) = 3x^3 - 9x^2 + 7x - 1$

### Exercice 4

Même questions avec  $h(x) = \frac{5x+2}{1+x}$

### Exercice 5

Même questions avec  $a(x) = \frac{x^3 - 2x - 1}{x^3}$

### Exercice 6

Etudier les variations de la fonction  $b(x) = \cos x \sin x$  sur l'intervalle  $[0; \pi]$

## Compétence 2 : Optimisation

### Exercice 7

On considère la fonction  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .

Démontrer que  $f$  admet un minimum.

### Exercice 8

Une entreprise extrait et vend une matière première. Pour  $x$  tonnes vendues, elle réalise un bénéfice, en €, donné par la fonction  $B$  définie sur l'intervalle  $[0; 50]$  par :

$$B(x) = -x^3 + 10x^2 + 3000x$$

Quelle quantité de matière première, en kg, l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un bénéfice maximum ? Quel est alors ce bénéfice, en euro ? Arrondir à l'unité

### Exercice 9

Vous devez concevoir une boîte de conserve (de forme cylindrique) de volume 1L. Quelles doivent être les dimensions de la boîte sachant que l'on veut que sa surface soit la plus petite possible ?

### Exercice 10

Lors d'une respiration (c'est-à-dire une inspiration et une expiration), le volume d'air, en litre, présent dans un poumon peut être modélisé par la fonction  $V$  définie par :

$$V(t) = -0,04t^3 + 0,21t^2 + 0,24t$$

où  $t$  est le temps exprimé en seconde.

On admet que  $t \in [0 ; 7]$ .

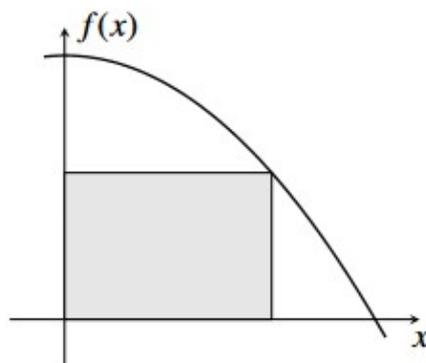
1. Montrer que  $V'(t) = -0,06(2t + 1)(t - 4)$ .
2. Étudier le signe de  $V'(t)$  et en déduire les variations de la fonction  $V$  sur l'intervalle  $[0 ; 7]$ .
3. Déterminer le volume maximal d'air inhalé lors d'une respiration.
4. En justifiant la démarche, combien de temps dure une expiration selon ce modèle ?

### Exercice 11

Trouver deux nombres  $x$  et  $y$  tels que  $x + 2y = 10$  et tels que leur produit soit maximum.

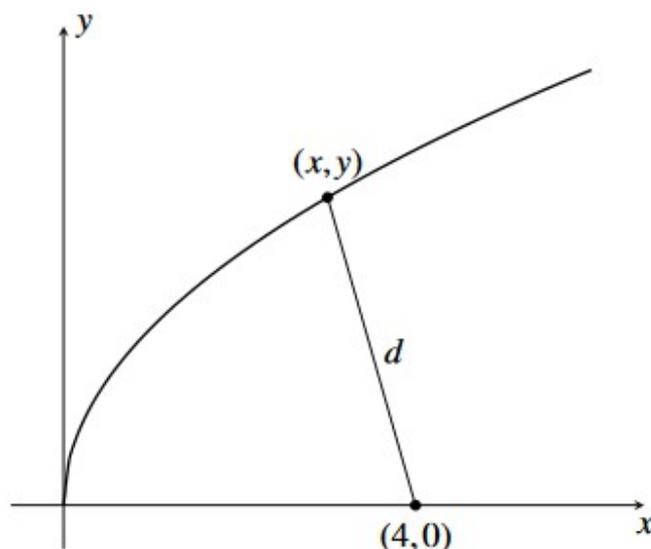
### Exercice 12

Problème : Déterminer l'aire du plus grand rectangle pouvant être inscrit sous le graphe de la fonction  $f(x) = 4 - x^2$ , comme dans la figure ci-dessous.



### Exercice 13

Problème : déterminer le point de la courbe  $y = \sqrt{x}$  qui est le plus près du point  $(4, 0)$ .



## Sources

exercice 10 : manuel Declic 1ere 2023 , enseignement scientifique

exercices 11,12,13 : <https://prof.delbecque.org/wp-content/uploads/2020/08/Notes-calcul-differentiel-ch-7.pdf>