

Dénombrement

Compétence 1 : Dénombrer

Exercice 1

Chanson Oldelaf digicode <https://www.youtube.com/watch?v=iLPfrUPIZek>

Extrait : "Il y avait pour entrer juste un digicode
Deux lettres et dix chiffres incommodes
Un détail que t'avais surement oublié
4 milliards de possibilités "

Sachant que sur ce genre de digicode, le code est, en général, composé de chiffres et d'une lettre à la fin.

Combien de chiffres sont nécessaires pour le code d'Oldelaf ?

Exercice 2

Je veux créer une playlist de 5 chansons parmi 12.

Combien de playlists différentes puis-je faire ?

Exercice 3

Une pizzeria propose : 5 types de sauces et 7 ingrédients différents.

Pour sa pizza, le client choisit 1 sauce et 3 ingrédients différents.

1. Combien de pizzas différentes peut-on créer ?
2. Combien de pizzas contiennent l'ingrédient "champignon" ?

Exercice 4

Pour une soirée, j'ai fait une sélection de 4 pantalons, 5 chemises et 3 paires de chaussures.

Sachant que le pantalon noir ne peut aller qu'avec deux chemises (avec les 3 autres c'est trop moche), j'ai le choix entre combien de tenues différentes ?

Exercice 5

Un mot de passe contient 2 lettres différentes et 2 chiffres différents.

Les lettres sont choisies parmi 26 lettres et les chiffres parmi 10 chiffres.

On peut mélanger lettres et chiffres.

Combien de mots de passe différents ?

Exercice 6

Dans un escape game, un joueur doit passer 3 salles successives :

- Salle 1 : 3 portes possibles
- Salle 2 : 4 portes possibles
- Salle 3 : 2 portes possibles

Combien de parcours différents peut-il suivre ?

Exercice 7

Un réalisateur doit choisir 4 figurants parmi 10 candidats.

Combien de groupes possibles ?

Exercice 8

Une classe de 12 élèves doit être divisée en 2 groupes de 6.

Combien de répartitions différentes peut-on faire ?

Exercice 9

Lors d'une réunion, 18 personnes se rencontrent.

Chaque personne serre la main une seule fois avec chaque autre personne.

Combien de poignées de main sont échangées ?

Exercice 10

On organise un tournoi de magic (un jeu de trading cards) pour 100 joueurs à élimination directe. Cela signifie que dès qu'un joueur perd un match, il est éliminé du tournoi.

Combien de match seront joués ?

Exercice 11

Dans une classe de 23 élèves, on suppose que les anniversaires sont répartis au hasard sur les 365 jours de l'année.

Quelle est la probabilité que deux élèves aient le même anniversaire ?

Indication : cherchez le nombres de paires parmi 23

Exercice 12

Je place 8 points sur une feuille de sortes que trois points ne soient jamais alignés.

1) En reliant les points, j'ai tracé 16 segments. En ai-je oublié ?

2) Combien de triangles, ayant pour sommet ces points, puis-je tracé ?

Exercice 13

Un ukulélé a 4 cordes.

Combien de façons a-t-on de jouer les 4 cordes l'une après l'autre ?

Exercice 14

On considère l'ensemble $E = \{a ; b ; c ; d ; e ; f ; g ; h\}$ et les parties $A = \{a ; b ; e ; f\}$ et $B = \{a ; c ; d ; f ; h\}$ de E .

1. Déterminer $A \cap B$, $A \cup B$, \overline{A} , \overline{B} , $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cap \overline{B}}$ et $\overline{\overline{A \cap \overline{B}}}$.

2. Déterminer le cardinal de E , de A , de B , de $A \cap B$ et de $A \cup B$.

3. Déterminer le nombre de parties de E .

4. Déterminer le nombre de parties de A et les écrire toutes.

Exercice 15

Lors d'un enquête de satisfaction sur un produit, 18 personnes ont répondu aux questions suivantes :

- Avez-vous aimé le produit que vous avez testé ?
- L'achèteriez-vous ?

Dix personnes ont répondu « oui » à la première question, treize personnes ont répondu « non » à la seconde question et huit personnes ont répondu « non » aux deux questions.

Combien de personnes ont répondu « oui » aux deux questions ?

Exercice 16

Un jury est composé de 10 personnes choisies parmi 12 hommes et 8 femmes.

1. Combien peut-on former de jurys différents ?
2. Combien peut-on former de jurys composés exclusivement de femmes ?
3. Combien peut-on former de jurys paritaires (c'est-à-dire composés d'autant d'hommes que de femmes) ?
4. Combien peut-on former de jurys comportant 1 seul homme ou 1 seule femme ?

Compétence 2 : Formules de combinaison

Exercice 17

Calculer :

$$\binom{8}{2}, \binom{5}{2}, \binom{10}{7}, \binom{20}{3}, \binom{12}{6}, \binom{6}{2}$$

Exercice 18

Démontrer que :

$$\binom{n}{k} \binom{k}{r} = \binom{n}{r} \binom{n-r}{k-r}$$

Exercice 19

Formule du binôme de Newton :

On veut développer $(a+b)^n$.

- a) Combien de façons a-t-on d'obtenir a^n ?
- b) Combien de façons a-t-on d'obtenir $a^{n-1} \times b$?
- c) Combien de façons a-t-on d'obtenir $a^{n-2} \times b^2$?
- d) Combien de façons a-t-on d'obtenir $a^{n-k} \times b^k$?
- e) En déduire une formule de développement : $(a+b)^n =$

Exercice 20

Démontrer par récurrence la formule du binôme de Newton :

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Exercice 21

$$\binom{10}{4} + \binom{10}{5} = \binom{11}{X}$$

Exercice 22

Calculer :

$$\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$$

Exercice 23

Calculer :

$$\binom{7}{3} + \binom{8}{2} - \binom{100}{95} - \binom{7}{4} + \binom{100}{5}$$