

Application du produit scalaire

Compétence 1 : En géométrie

Exercice 1

On considère un triangle ABC tel que $AB = 9\text{cm}$, $AC = 7\text{cm}$ et $BC = 10\text{cm}$.
Déterminer les longueurs de ses 3 médianes.

Exercice 2

Soit un segment AB tel que $AB = 4\text{cm}$.

Quel est l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 = 10$?

Exercice 3

Soit un segment AB tel que $AB = 9\text{cm}$.

Quel est l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + MB^2 = 20$?

Exercice 4

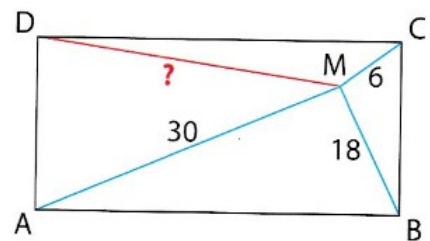
Soit un segment AB tel que $AB = 6\text{cm}$.

Quel est l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + MB^2 = 18$?

Exercice 5

ABCD est un rectangle de centre O. Un point M est placé à l'intérieur du rectangle de telle sorte que $MA = 30\text{m}$, $MB = 18\text{m}$ et $MC = 6\text{m}$. On souhaite connaître MD.

- 1) Démontrez que $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$
- 2) Calculer MD



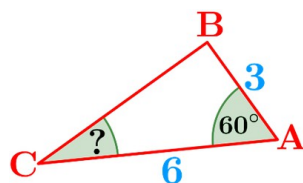
Exercice 6

Soit $[AB]$ un segment de longueur 2 et I le milieu de $[AB]$.
On cherche l'ensemble Γ des points M du plan tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 5$.

- 1) Démontrer, à l'aide de la relation de Chasles, que pour tout point M, $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$.
- 2) Démontrer que M appartient à Γ si et seulement si $IM = \sqrt{6}$
- 3) En déduire l'ensemble Γ .

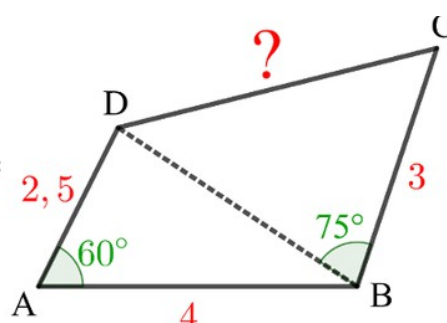
Exercice 7

Résoudre ce triangle.



Exercice 8

Calculer la mesure (au dixième près) du côté $[DC]$:



Compétence 2 : Trigonométrie

Exercice 9

Soit x un réel quelconque. Réduire les expressions

$$A = \cos 3x \cos 5x + \sin 3x \sin 5x ; B = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x$$

$$C = \cos 7x \sin 6x - \sin 7x \cos 6x ; D = \cos 3x \sin 2x + \cos 2x \sin 3x .$$

Exercice 10

Soit x un réel quelconque. Calculer les expressions :

$$A = \cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) \text{ et } B = \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) .$$

Exercice 11

On note a le réel de l'intervalle $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\cos a = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

Calculer $\cos 2a$; en déduire la valeur de a .

Exercice 12

Trouvez la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{8}$

Exercice 13

Soit x un réel quelconque qui n'est pas un multiple entier de $\frac{\pi}{2}$.

1°) Simplifier $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$.

2°) A l'aide du 1°), calculer $\tan \frac{\pi}{8}$ et $\tan \frac{\pi}{12}$.

Exercice 14

a) En écrivant $\cos(3x) = \cos(2x + x)$, exprimez $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

b) Exprimez $\sin(4x)$ en fonction de $\sin(x)$.

Sources

Exercice 1-6: <http://letableaunoir.net/1eS/ExercicesProblemes/Ch07-ProduitScalaire/6ExercicesSurLeTheoremeDeLaMediane/6ExercicesSurLeTheoremeDeLaMediane-Enonces.pdf>

Exercice 7-8 : <https://jaicompris.com/lycee/math/produitscalaire/al-kashi.php>