Intégrales

Compétence 1 : Sommes de variables aléatories

Exercice 1

On considère deux jeux indépendants dont les gains sont décrits par les variables aléatories X et Y ci-dessous :

x_i	-1	0	2
p_i	0.4	0.4	0.2

y_i	-2	-1	15
p_i	0.7	0.2	0.1

On considère la loi S = X + Y.
Déterminer la loi, l'espérance et la variance de S ?

Exercice 2

On considère deux jeux indépendants dont les gains sont décrits par les variables aléatories X et Y ci-dessous :

x_i	-5	2
p_i	0.3	0.7

y_i	-2	2	5
p_i	0.6	0.3	0.1

On considère la loi S = X + Y.
Déterminer la loi, l'espérance et la variance de S ?

Exercice 3

On considère le jeu suivant : sur un lancer de dé, je gagne 4 € sur un 5 ou 6.
Pour 10€, je peux jouer 6 fois. Est-ce intéressant ?

Exercice 4

Une urne contient 100 jetons parmi lesquels 10 sont gagnants. Pour jouer, un joueur doit payer 10 euros et a deux chances (il tire au hasard et successivement deux jetons, en remettant entre temps le jeton tiré). Chaque jeton gagnant tiré lui rapporte 20 euros.

1. On note X le nombre de jetons gagnants tirés. Quelle est la loi de X ?
2. Que vaut l'espérance de X ?
3. On note Y le gain algébrique d'un joueur. Expliquer pourquoi Y = 20X – 10
4. En déduire l'espérance de Y . Ce jeu est-il équitable ?

Exercice 5

On considère deux variables aléatoires X et Y non indépendantes telles que Y = 2X.
Comparer V(X+Y) et V(X) + V(Y)

Exercice 6

On dit qu'une variable aléatoire réelle est centrée si son espérance est nulle. Montrer que pour toute variable aléatoire X, la variable aléatoire Y = X – E(X) est centrée.

Exercice 7

Afin de réguler le trafic automobile, le maire d'une commune a décidé de régler les 3 feux de la voie principale de manière à obtenir les résultats suivants :

- 80% des automobilistes doivent s'arrêter au 1er feu;
- 30% des automobilistes doivent s'arrêter au 2nd feu;
- 65% des automobilistes doivent s'arrêter au 3ème feu;

On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de feux auxquels s'arrête un automobiliste pris au hasard.

1. Justifier que l'on peut écrire $X = X_1+X_2+X_3$ où, pour tout $k\in\{1;2;3\}$, X_k est la variable aléatoire prenant la valeur 1 si l'automobiliste s'est arrêté au feu k et 0 sinon.
2. Déterminer les lois de probabilités des trois variables aléatoires X_1, X_2 et X_3.
3. En déduire E(X) . Interpréter le résultat obtenu.

Compétence 2 : Loi Binomiale

Exercice 8

Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi binomiale de paramètres 17 et 0,2. Donner l'espérance et la variance de X. Donner son écart-type à 10^{-1} près.

Exercice 9

Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi binomiale. On suppose que E(X) = 10 et Var(X) = 0,1. Retrouver les paramètres de la loi binomiale.

Exercice 10 *Bac S Asie 2015*

Un concurrent participe à un concours de tir à l'arc sur une cible circulaire. A chaque tir, la probabilité qu'il atteigne la cible est égale à 0.8.

1. Le concurrent tire quatre flèches. On considère que les tirs sont indépendants. Déterminer la probabilité qu'il atteigne au moins trois fois la cible.
2. Combien de flèches le concurrent doit-il prévoir pour atteindre en moyenne la cible douze fois ?

Exercice 11

Une télévision est garantie gratuitement pendant les deux premières années. L'entreprise propose à ses clients une extension de garantie de trois années supplémentaires. Des études statistiques montrent que 11,5 % des clients ayant souscrit cette extension l'utilisent en cas de panne.

1. On choisit au hasard 12 clients parmi ceux ayant pris l'extension de garantie (ce choix est assimilé à un tirage avec remise).

   a) Quelle est la probabilité que exactement 3 clients utilisent cette extension ? (Arrondir à 10^{-3})

   b) Quelle est la probabilité qu'au moins 3 clients utilisent cette extension ? (Arrondir à 10^{-3})

2. L'offre d'extension est la suivante : pour 65 € supplémentaires, l'entreprise rembourse au client la valeur initiale de la télévision, soit 399 €, si une panne irréparable survient entre le début de la troisième année et la fin de la cinquième année.

On choisit au hasard un client ayant souscrit l'extension, et on note Y la variable aléatoire représentant le gain algébrique (en euros) réalisé par l'entreprise grâce à cette extension.

a) Justifier que Y peut prendre les valeurs 65 et −334, puis donner sa loi de probabilité.

b) Cette offre d'extension de garantie est-elle avantageuse financièrement pour l'entreprise ? Justifier.

Exercice 12

Une entreprise fabrique des composants électroniques.
On s'intéresse au nombre de composants défectueux dans un lot de 100 composants.

Voici un relevé statistiques de tests effectués sur des échantillons de taille 100.

Nb défectueux	5	6	7	8	9	10	11
Nb d'échantillons	6	30	74	142	72	34	2

1° Déterminer la moyenne et la variance de cette série statistiques à l'aide de votre calculatrice.

2° On souhaite simuler le nombre de composants défectueux dans un lot de 100 composants à l'aide d'une loi aléatoire, pourquoi la loi binomiale semble adaptée ?

3° Déterminer les paramètres d'une telle loi.

4° Sur un contrat de 1300 composants, combien y aura-t-il de composants défectueux en moyenne ?

Compétence 3 : Autres

Exercice 13

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes. Complétez le tableau suivant :

$V(X)$	$V(Y)$	$V(X+Y)$	$V(3X-Y)$
1,4		3	
2,8			39,4
		11,4	53,8

Exercice 14

X est une variable aléatoire d'espérance 6 et d'écart-type 0,49. On considère un échantillon de taille n $(X_1; X_2; X_3; \ldots; X_n)$ de variables aléatoires suivant la loi de X ainsi que les variables aléatoires $S_n = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n$ et $M_n = \frac{X_1+X_2+X_3+\cdots+X_n}{n}$

Déterminer les espérances et les variances de S_n et M_n en fonction de n.

Source

ex 7 : https://cours-de-sciences.fr/enseignement/terminale_generale/mathematiques_specialites/sommes_variables_aleatoires/sommes_variables_aleatoires_exercices.pdf

ex 13 : https://www.axelnax.fr/contenu/15.%20Terminale%20g%C3%A9n%C3%A9rale/01.%20Sp%C3%A9cialit%C3%A9%20math%C3%A9matiques/02.%20Exercices/11.%20Somme%20de%20variable%20al%C3%A9atoire/Somme_de_variables_al%C3%A9atoires.pdf

ex 14 : file:///C:/Users/snab/Downloads/exercices-somme-de-va-2-A0xNzWBbVziko0R4.pdf