

Fonction polynôme du second degré (2eme partie)

Compétence 1 : inéquation

Exercice 1

Dresser les tableaux de signes des polynômes suivants :

- a) $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$
- b) $g(x) = -3x^2 - 11x + 4$
- c) $h(x) = x^2 - 10x + 28$
- d) $k(x) = 4x^2 - 1,4x + 0,49$

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes :

$$(E_1) : 2x^2 + 5x - 3 \geq 0.$$

$$(E_2) : -2x^2 > \frac{9}{2} - 6x.$$

$$(E_3) : x^2 + 3x + 4 \geq 0.$$

$$(E_4) : x^2 - 5 \leq 0.$$

$$(E_5) : 3x^2 - 5x > 0.$$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$1. 2x^2 - 5x + 3 > 0$$

$$2. \frac{2x^2 - 12x + 19}{x - 2} \leq 0$$

$$3. \frac{-6x^2 - 9x - 3}{-x^2 + 8x - 17} > 0$$

$$4. (2x - 6)(4 - 4x) > 0$$

$$5. -2x(x - 2)(x^2 - 8x + 16) > 0$$

$$6. \frac{5(7x + 5 - 6x^2)}{-3(1 - x)^2} \geq 0$$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$1. \frac{1}{x} > \frac{x}{x + 2}$$

$$2. \frac{x}{x + 1} \leq \frac{3}{(x + 1)(x - 2)}$$

$$3. \frac{x}{(x - 2)^2} \geq 1 + \frac{3}{x - 2}$$

$$4. \frac{2}{x + 3} < -x$$

Compétence 2 : relation coef-racine

Exercice 5

- 1) Vérifier que -1 est solution de l'équation : $x^2 + 3x + 2 = 0$
- 2) Quelle est la somme et le produit des racines ?
- 3) En déduire l'autre solution.

Exercice 6

- 1) Vérifier que 2 est solution de l'équation : $x^2 - 5x + 6 = 0$
- 2) Quelle est la somme et le produit des racines ?
- 3) En déduire l'autre solution.

Exercice 7

Trouver une racine évidente dans les équations suivantes et en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant.

1) $x^2 - 7x + 6 = 0$

5) $x^2 + x - 6 = 0$

2) $-3x^2 + 2x + 5 = 0$

6) $x^2 + 5x + 4 = 0$

3) $x^2 + 3x - 10 = 0$

7) $2x^2 + x\sqrt{5} - 15 = 0$

4) $x^2 - x\sqrt{2} - 4 = 0$

8) $x^2 - 8x + 15 = 0$

Exercice 8

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$$

1. Déterminer une racine évidente pour $g(x)=0$

2. Factoriser $g(x)$

3. Résoudre $g(x)=0$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 9

Je pense à deux nombre x et y . Leur somme vaut 7 et leur produit vaut 6.
Quels sont les nombres auxquels je pense ?

Exercice 10

Existe-t-il deux réels x, y tels que : $xy = 100$ et $x+y = 50$?

Exercice 11

Existe-t-il deux réels x, y tels que : $xy = 10$ et $x+y = 10$?

Compétence 3 : Paramètre et chgt de variable

Exercice 12

On considère le trinôme suivant : $(m+3)x^2 + 2(3m+1)x + (m+3)$.

Pour quelles valeurs de m ce trinôme a-t-il une racine double ? Calculer alors cette racine.

Exercice 13

On considère l'équation $2x^2 - (m+2)x + m - 2 = 0$.

1) Calculer m pour que l'une des solutions soit égale à 3.

2) En déduire l'autre solution de l'équation.

Exercice 14

Résoudre les équations bicarrées suivantes en posant $u = x^2$:

$$x^4 - 12x^2 + 27 = 0 \quad ; \quad x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

Exercice 15

1) Résoudre l'équation $2x^2 + 5x + 2 = 0$.

2) En utilisant un changement d'inconnue, en déduire les solutions de l'équation

$$\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{5}{x-1} + 2 = 0$$

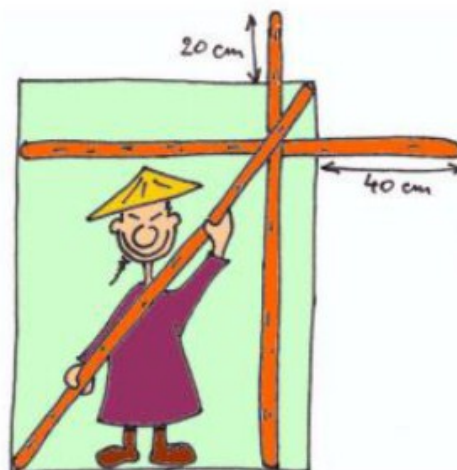
3) Par une méthode analogue, résoudre l'équation $x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$.

Exercice 16

Une perche et une porte rectangulaire

On veut faire passer par une porte dont on ne connaît ni la hauteur ni la largeur, une perche dont on ne connaît pas la longueur. Horizontalement, il manque 40 centimètres pour que la perche puisse sortir par la porte. Verticalement il manque 20 centimètres pour que la perche ne puisse sortir par la porte. De manière oblique elle sort juste.

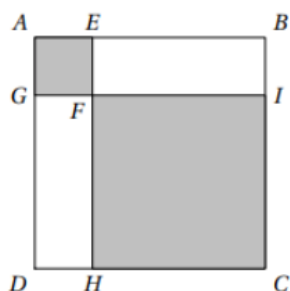
Sauriez-vous déterminer quelles sont les dimensions de la porte et de la perche ?



Exercice 17

$ABCD$ est un carré dont les côtés mesurent 10 cm. E est un point du segment $[AB]$. Les points E, F, G, H et I sont placés de telle manière que $AEFG$ et $FICH$ soient des carrés.

Déterminer les positions du point E telles que la surface colorée ait une aire inférieure à 58 cm^2 .



Exercice 18

Le prix x d'un article est compris entre 20€ et 50€.

L'offre est le nombre d'articles qu'une entreprise décide de proposer aux consommateurs au prix de x €.

La demande est le nombre probable d'articles achetés par les consommateurs quand l'article est proposé à ce même prix de x €.

La demande, exprimée en centaines d'articles, se calcule avec $d(x) = -750x + 45\,000$.

L'offre, exprimée en centaines d'articles, se calcule avec $f(x) = -\frac{500\,000}{x} + 35\,000$.

Le but de cet exercice est de trouver pour quels prix l'offre est supérieure à la demande.

Exercice 19 niveau MPSI

1) Déterminer les relations coefficients racines d'une fonction polynôme de degré 3 en développant $f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ et en identifiant les coefficients avec la forme développée.

2) Utiliser ces relations pour résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ xy + yz + zx = -1 \\ xyz = -1 \end{cases}$$

Exercice 20 niveau MPSI

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$$