

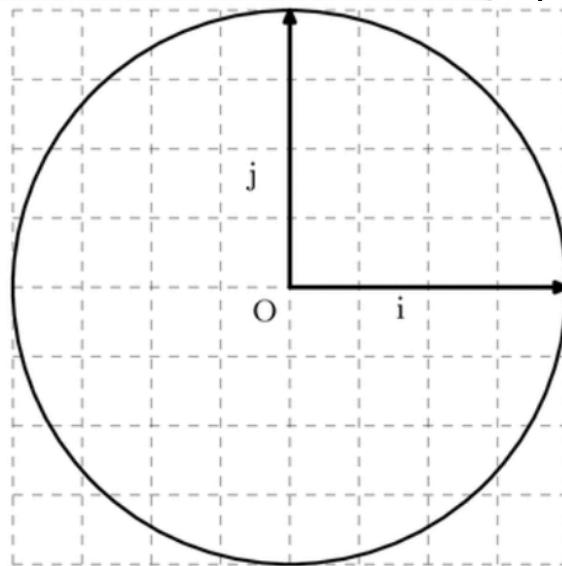
Fonctions circulaires

Compétence 1 : Rappel

Exercice 1

Sur ce cercle, sans calculatrice, placer les points suivants :

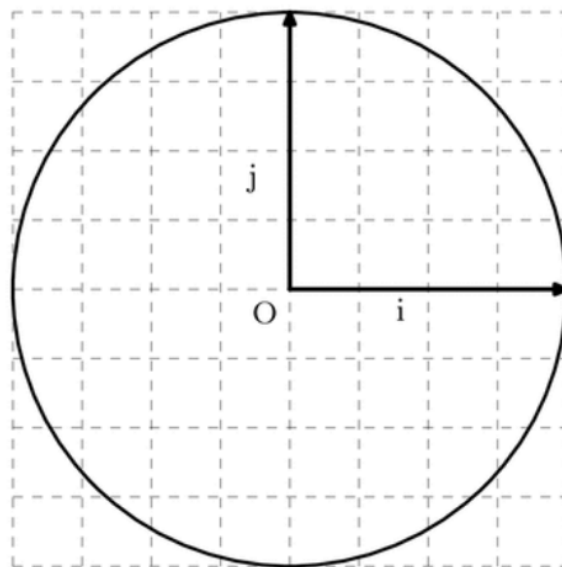
$$\frac{13\pi}{6} ; \frac{9\pi}{4} ; \frac{5\pi}{3} ; -\frac{7\pi}{4} ; \frac{11\pi}{6} ; \frac{17\pi}{3} ; -\frac{25\pi}{6} ; \frac{29\pi}{4} ; -\frac{19\pi}{3}$$



Exercice 2

Sur ce cercle, sans calculatrice, placer les points suivants :

$$\frac{41\pi}{6} ; \frac{37\pi}{2} ; -\frac{53\pi}{4} ; \frac{71\pi}{6} ; -\frac{32\pi}{3} ; \frac{101\pi}{12} ; 8\pi ; -11\pi ; \frac{27\pi}{5} ; -\frac{43\pi}{8} ; \frac{95\pi}{7}$$



Exercice 3

Déterminer les valeurs de

$$\cos\left(\frac{29\pi}{4}\right) ; \sin\left(-\frac{25\pi}{6}\right) ; \cos\left(\frac{37\pi}{2}\right) ; \sin\left(\frac{71\pi}{6}\right)$$

Exercice 4

Déterminer les valeurs de

$$\sin\left(\frac{47\pi}{6}\right) ; \cos\left(-\frac{53\pi}{4}\right) ; \sin\left(\frac{32\pi}{3}\right) ; \cos\left(\frac{65\pi}{6}\right)$$

Exercice 5

Calculer : $\cos\left(\frac{29\pi}{4}\right) + \sin\left(-\frac{25\pi}{6}\right)$

Exercice 6

Calculer : $\sin\left(\frac{47\pi}{6}\right) - \cos\left(-\frac{53\pi}{4}\right)$

Exercice 7

Calculer : $\sin\left(\frac{32\pi}{3}\right) \times \cos\left(\frac{65\pi}{6}\right)$

Exercice 8

Calculer la valeur exacte de : $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Exercice 9

Soit x un réel quelconque. Réduire les expressions

$$A = \cos 3x \cos 5x + \sin 3x \sin 5x ; B = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x$$

$$C = \cos 7x \sin 6x - \sin 7x \cos 6x ; D = \cos 3x \sin 2x + \cos 2x \sin 3x .$$

Exercice 10

Soit x un réel quelconque. Calculer les expressions :

$$A = \cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) \text{ et } B = \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) .$$

Exercice 11

On note a le réel de l'intervalle $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\cos a = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

Calculer $\cos 2a$; en déduire la valeur de a .

Exercice 12

Trouvez la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{8}$

Exercice 13

Soit x un réel quelconque qui n'est pas un multiple entier de $\frac{\pi}{2}$.

1°) Simplifier $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$.

2°) A l'aide du 1°), calculer $\tan\frac{\pi}{8}$ et $\tan\frac{\pi}{12}$.

Exercice 14

a) En écrivant $\cos(3x) = \cos(2x + x)$, exprimez $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

b) Exprimez $\sin(4x)$ en fonction de $\sin(x)$.

Compétence 2 : Etude de fonctions

Exercice 15

On considère la fonction, définie pour tout réel x , par $f(x) = \sin x + \cos x$

1. Etudier la parité de f .
2. Etudier la périodicité de f . En déduire un intervalle d'étude de f .
3. Etudier les variations de f .

Exercice 16

Etudier la fonction, définie pour tout réel x , par $f(x) = x + \sin x$

Exercice 17

Etudier la fonction, définie pour tout réel x , par $f(x) = 7\sin(x-5)$

Exercice 18

Etudier la fonction, définie pour tout réel x , par $f(x) = 7\sin(2x-\pi)$

Exercice 19

Soit la fonction, définie pour tout réel x , par $f(x) = \frac{7}{2}\cos(5x) - \frac{7\sqrt{3}}{2}\sin(5x)$

- 1) Montrer que $f(x) = 7\cos(5x + \frac{\pi}{3})$
- 2) Etudier la fonction f .

Compétence 3 : Equat°, inéquat°

Exercice 20

Résoudre les équations suivantes :

a) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $2\sin x = 1$

c) $0,5\cos x = 7$

Exercice 21

Résoudre les équations suivantes :

a) $\cos^2(x) = \frac{1}{2}$

b) $4\sin 2x = 2\sqrt{3}$

c) $\sin^2 x = 0,25$

Exercice 22

Résoudre l'équation suivante : $\cos(2x-1) = \cos(x+1)$

Exercice 23

Résoudre l'inéquation suivante : $\cos(2x) \geq \frac{1}{2}$

Exercice 24

Résoudre l'inéquation suivante : $\sin(x - \frac{\pi}{3}) \leq \frac{1}{2}$

Exercice 25

Résoudre les inéquations suivantes sur l'intervalle I.

a) $\sin(x) < \frac{\sqrt{2}}{2}$ $I = [0 ; \pi[$

b) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq \frac{-1}{2}$ $I = [0 ; 2\pi[$

c) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ $I = [0 ; 2\pi[$

d) $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) > \frac{1}{2}$ $I = [0 ; 2\pi[$

Problèmes

Exercice 26

On considère deux générateurs alternatifs montés en série.

Le premier générateur a une tension $U_1(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x$ où t est le temps en secondes.

Le deuxième générateur a une tension $U_2(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x$.

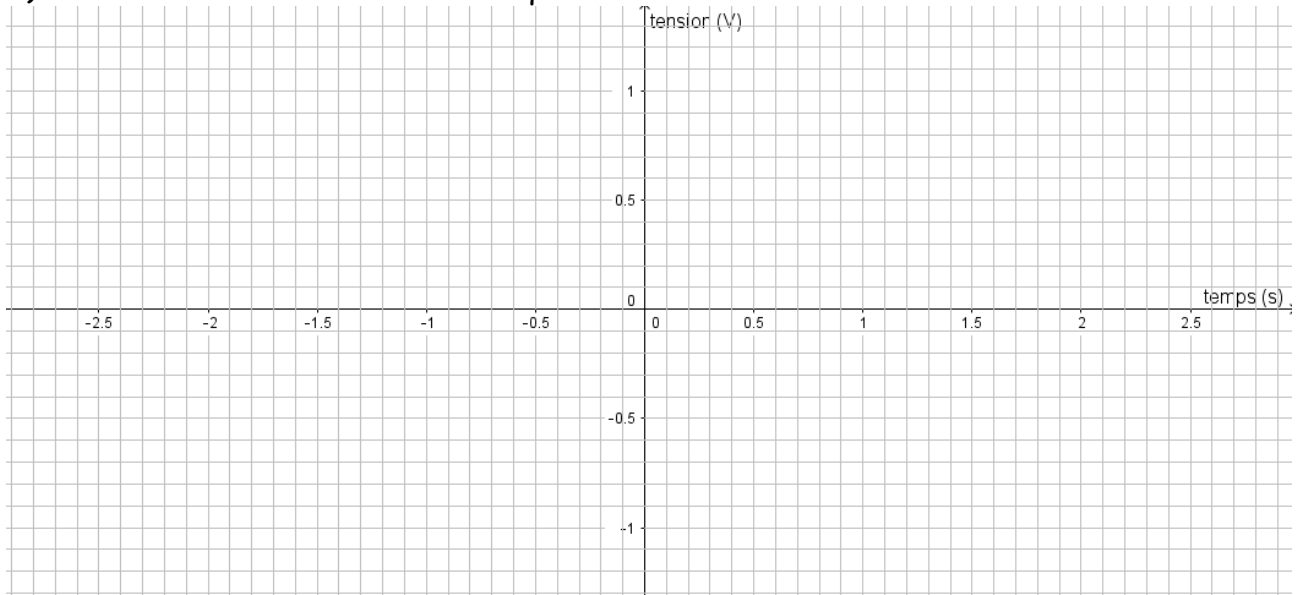
Ses deux générateurs sont équivalents à un seul générateur de tension U_{eq} (Modèle Thévenin)

1) Expliquer pourquoi la tension équivalente vaut $U_{eq}(t) = U_1 + U_2$

2) Démontrer que $U_{eq}(t) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

3) Justifier alors que la tension max des deux générateurs en série est 1.

4) Tracer la courbe de la tension équivalente.



5) On cherche à quel moment, entre 0 et 10s, la tension équivalente vaudra 0,5 V la première fois.

a) Par lecture graphique sur votre calculatrice, répondez à cette question.

(Valeur à 0,01 près, zoomer pour augmenter la précision)

b) Résolvez l'équation $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0,5$ pour déterminer la valeur exacte.

Source

ex 5 : <https://www.uphf.fr/sites/default/files/media/2022-03/exercices.pdf>