Probabilité conditionnelle

Exercice 1

Un laboratoire pharmaceutique a réalisé des tests sur 800 patients atteints d'une maladie. Certains sont traités avec le médicament A, d'autres avec le médicament B. Le tableau présente les résultats de l'étude :

	Médicament A	Médicament B	Total
Guéri	383	291	674
Non guéri	72	54	126
Total	455	345	800

1) On choisit au hasard un patient et on considère les évènements suivants :
A : « Le patient a pris le médicament A. »
G : « Le patient est guéri. »
Calculer : a) $P(A)$ b) $P(G)$ c) $P(G \cap A)$ d) $P(\bar{G} \cap A)$

2) a) On choisit maintenant au hasard un patient guéri.
Calculer la probabilité que le patient ait pris le médicament A **sachant qu**'il est guéri.
b) On choisit maintenant au hasard un patient traité par le médicament B.
Calculer la probabilité que le patient soit guéri **sachant qu**'il a pris le médicament B.

Exercice 2

On considère l'ensemble des élèves de première d'un lycée selon leur genre et s'ils sont gauchers ou droitiers:

- Il y a 168 élèves de premières dont 92 filles.
- Il y a 23 gauchers dont 10 garçons.

On choisit un élève au hasard. On note les événements :

- F: « L'élève choisit est une fille »
- D: « L'élève choisit est droitier »

a. Quelle est la probabilité qu'il soit gaucher ?
b. Quelle est la probabilité que ce soit une fille gauchère ?
c. Calculer $P_F(D)$.
d. Sachant que l'élève pris au hasard est droitier, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

Exercice 3

A et B sont deux évènements tels que $P(A) = 0.5$, $P_B(A) = 0.4$ et $P(A \cap B) = 0.3$
Déterminer $P(A \cup B)$.

Exercice 4

A et B sont deux évènements tels que $P(A) = 0.4$, $P_B(A) = 0.2$ et $P(A \cup B) = 0.8$.
Déterminer $P(A \cap B)$.

Exercice 5

Un joueur de tennis réussit sa première balle de service avec une probabilité de 0,7. S'il ne réussit pas sa première balle de service, il réussit sa seconde balle de service avec une probabilité de 0,9. On note les événements:

- R_1 : « Il réussit sa première balle de service. »
- R_2 : « Il réussit sa deuxième balle de service. »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'il commette une double faute?

Exercice 6

Dans une classe, 80% des élèves ont un téléphone portable. Parmi eux, 60% ont une connexion internet sur leur téléphone.
Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard ait un portable sans connexion internet ?

Vous pouvez vous aider d'un tableau ou d'un arbre mais la réponse devra être justifée uniquement par un calcul.

Exercice 7

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.
Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 2 % est porteur de la maladie. On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour toute la population et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.
On note respectivement M et T les événements « Être porteur de la maladie » et « Avoir un test positif ».
a) Un animal est choisi au hasard. Quelle est la probabilité que son test soit positif ?
b) Si le test du bovin est positif, quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

Exercice 8

Vous venez de passer un test pour le dépistage du cancer. Le médecin vous convoque pour vous annoncer le résultat : mauvaise nouvelle, il est positif. Pas de chance, alors que ce type de cancer ne touche que 0.1% de la population.

Vous demandez alors au praticien si le test est fiable. Sa réponse est sans appel : *« Si vous avez le cancer, le test sera positif dans 90% des cas ; alors que si vous ne l'avez pas, il sera négatif dans 97% des cas »*. L'affaire paraît entendue…

A votre avis, après le résultat d'un tel test, quelle est la probabilité que vous ayez le cancer ?

Exercice 9

Dans une usine, on utilise conjointement deux machines M_1 et M_2 pour fabriquer des pièces cylindriques en série. Pour une période donnée, leurs probabilités de tomber en panne sont respectivement 0, 01 et 0, 008.
De plus la probabilité de l'évènement "la machine M_2 est en panne sachant que M_1 est en panne" est égale à 0, 4.

1. Quelle est la probabilité d'avoir les deux machines en panne au même moment ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une machine qui fonctionne ?

Exercice 10

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :
« couleur-soin » : une coloration naturelle à base de plantes appelée,
« effet coup de soleil » :des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure.

Il apparaît que 40 % des clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur soin », 30 % des clients demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, 24 % des clients demandent une « couleur soin » et un « effet coup de soleil ».

On interroge un client au hasard.
On notera C l'évènement « Le client souhaite une "couleur-soin." ».
On notera E l'évènement « Le client souhaite un "effet coup de soleil." ».

1. Donner les valeurs de $P(C)$, $P(C \cap E)$ et $P_C(E)$.
2. Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à 0,42.

Exercice 11

Afin d'établir les liens entre le surpoids et l'alimentation, on interroge les enfants des écoles primaires d'une ville.

L'enquête révèle que 60 % des enfants boivent 1 boisson sucrée ou plus par jour. Parmi les enfants buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids, contre seulement 8 % pour les enfants buvant moins d'une boisson sucrée par jour.

On choisit un enfant au hasard parmi ceux des écoles primaires de la ville et on considère les événements :

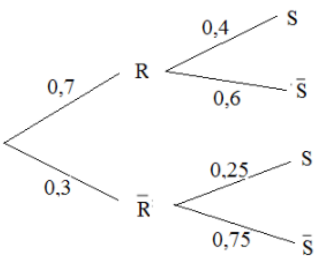
- B : « L'enfant boit 1 boisson sucrée ou plus par jour »
- S : « L'enfant est en surpoids »

1. Justifier que $P_B(S) = 0,125$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Calculer $P(B \cap S)$ puis interpréter le résultat obtenu.
4. Déterminer la probabilité que l'enfant soit en surpoids.
5. On a choisi un enfant en surpoids. Quelle est la probabilité qu'il boive 1 boisson sucrée ou plus par jour ? On arrondira le résultat au millième.
6. Les événements B et S sont-ils indépendants ?

Exercice 12

A l'aide des informations situées sur l'arbre ci-dessous, répondre aux questions suivantes.

1) Donner la probabilité de $\bar{R}$.
2) Donner la probabilité de $\bar{S}$ sachant R.
3) Calculer la probabilité de $\bar{R} \cap \bar{S}$.
4) Calculer la probabilité de S.
5) Calculer $P_S(\bar{R})$ et $P_{\bar{S}}(R)$.
6) Les évènements R et S sont-ils indépendants ?



7) Construire et compléter l'arbre inversé où S et $\bar{S}$ sont placés au premier niveau.

Exercice 13

Une urne contient initialement trois boules blanches et une boule noire indiscernables au toucher.
On tire au hasard une boule de l'urne.

- Si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne et on ajoute n boules blanches supplémentaires.
- Si la boule tirée est noire, on la remet dans l'urne et on ajoute n boules noires supplémentaires.

On tire ensuite au hasard une seconde boule de l'urne.

On note A l'événement : « les deux boules tirées sont de la même couleur ».

Existe-t-il une valeur de n pour laquelle $\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{3}{4}$?

Exercice 14

Une urne contient six jetons rouges dont un est marqué « gagnant » et quatre jetons verts dont trois d'entre eux sont marqués « gagnant ».
On tire au hasard un jeton de l'urne et on note les évènements :

R : « le jeton tiré est rouge »,

V : « le jeton tiré est vert »,

G : « le jeton tiré est gagnant ».

1. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité de l'évènement « le jeton tiré est un jeton vert et marqué gagnant ».
3. Soit $P(G)$ la probabilité de tirer un jeton gagnant. Montrer que $P(G) = \frac{2}{5}$.
4. Sachant que le jeton tiré est gagnant, calculer la probabilité qu'il soit de couleur rouge.
5. On tire maintenant, toujours au hasard et simultanément, deux jetons dans l'urne. Calculer la probabilité que les deux jetons soient marqués « gagnant ». Expliquer votre démarche.

Sources

exercice 1 : https://www.maths-et-tiques.fr/telech/19CondPM.pdf

exercice 2,5,6 : http://www.jaicompris.com/lycee/math/probabilite/probabilite-conditionnelle.php

exercice 7 : D'après BAC S, Antilles-Guyanne 2010

exercice 9 : https://www.math.univ-toulouse.fr/~msablik/CoursIUT/Proba/2012-2013-Proba-TD4-ProbaConditionnelle.pdf

exercice 11 : http://nomatherror.free.fr/IMG/pdf/ds_n3_-_probabilites_conditionnelles.pdf

exercice 12,13 : file:///C:/Users/user/Downloads/2019-%20DS%201%20version%202-1.pdf

exercice 14 : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/specimen_1re_1_2-2.pdf