

# Fonctions polynômes du 2<sup>nd</sup> degré

## Compétence 1 : Simplifier et réduire un calcul

### Exercice 1

Simplifier et réduire :

$$A=2(x-1)^2+(2x+5)^2$$

$$B=(3-5x)(2+4x)$$

$$C=3(2-x(5-x))$$

### Exercice 2

1) Factoriser :

$$E(x) = 7x(2 - 3x) - (2 - 3x)(x + 4)$$

$$F(x) = x^2 - x$$

2) Développer :

$$G(x) = (x + 2)^2 - (x + 2)(4x + 3)$$

$$H(x) = (x + 1)^2 + 5(x + 1)$$

### Exercice 3

Factoriser les expressions suivantes en utilisant une égalité remarquable.

$$A(x) = x^2 - 1$$

$$D(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$G(x) = x^2 - 16$$

$$B(x) = 4x^2 + 4x + 1$$

$$E(x) = x^2 - 4$$

$$H(x) = 16x^2 - 9$$

$$C(x) = 9 - x^2$$

$$F(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$I(x) = 6x + x^2 + 9$$

### Exercice 4

$$A(x) = 12x^3 - 4x$$

$$D(x) = (x + 3)(2x - 4) - x^2 - 2x + 3$$

$$B(x) = (2x - 5)^2 - x^2$$

$$E(x) = (x + 1)(2x - 1) + 6x^2 - 3x$$

$$C(x) = (2x + 1)(2x - 6) + (x - 2)(x - 3)$$

$$F(x) = 27x^3 - 36x^2 + 12x$$

### Exercice 5

Développer les expressions suivantes, puis réduire.

$$A(x) = (2x - 2)(2x + 2)$$

$$F(x) = (x + 7)^2$$

$$B(x) = (x - 5)(2x + 3)$$

$$G(x) = (2x - 6)^2$$

$$C(x) = (5 - 2x)(x + 1)$$

$$H(x) = (4x + 1)(4x - 1)$$

$$D(x) = (2x + 1)^2$$

$$I(x) = (5x - 8)^2$$

$$E(x) = (5 - 3x)^2$$

$$J(x) = (\sqrt{2} + x)(\sqrt{2} - x)$$

## Compétence 2 : Forme factorisée

### Exercice 6

On considère la fonction polynôme  $P(x) = (x+2)^2 - (x+2)(4x+3)$  .

1. Donner sa forme développée.
2. Donner sa forme factorisée.
3. En déduire ses racines.

### Exercice 7

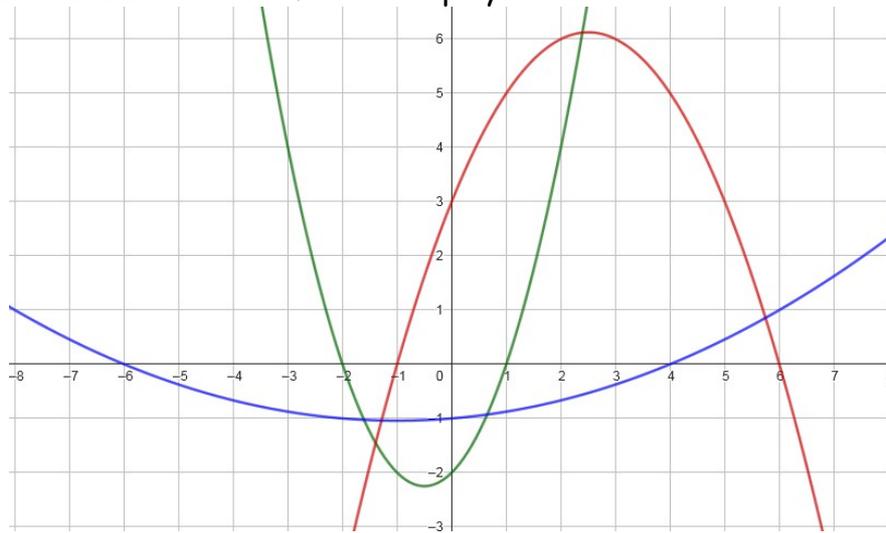
On considère la fonction polynôme Q du second degré telle que :

- il a deux racines 5 et -2
- $Q(0)=1$

1. Déterminer la forme factorisée de Q.
2. En déduire sa forme développée

### Exercice 8

Voici les courbes de trois fonctions polynômes.



Pour chaque fonction polynôme, retrouver ses racines et en déduire sa forme factorisée.

### Exercice 9

Soit une fonction polynôme  $P$  de forme factorisée  $P(x) = A(x - x_1)(x - x_2)$  et de forme développée  $P(x) = ax^2 + bx + c$ .

1. En développant et en identifiant, montrer que  $c = x_1 \times x_2$ .
2. Trouver des formules similaires pour  $a$  et  $b$ .

**Application :** Soit  $P(x) = x^2 - x - 6$ .

Chercher les racines entières de  $P$ . (On sait que le produit des racines est égal à  $-6$  donc il y a plusieurs possibilités à tester)

### Exercice 10

On considère deux fonctions polynômes du second degré  $f$  et  $g$  admettant les mêmes racines  $x_1$  et  $x_2$ . Démontrer qu'il existe un nombre réel  $k$  non nul tel que, pour tout nombre réel  $x$  :  $f(x) = kg(x)$ .

## Compétence 3 : Forme canonique

### Exercice 10

Donner la forme canonique des polynômes  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  et  $S$ .

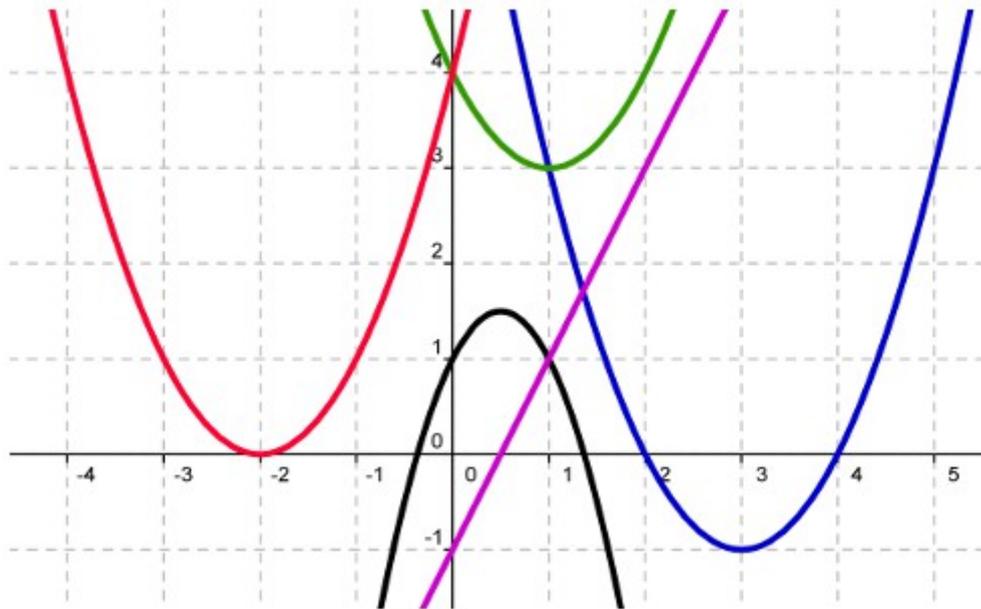
$$P(x) = 25x^2 + 60x + 36 \quad Q(x) = x^2 - 16x + 9 \quad R(x) = 4x^2 + 4x + 8 \quad S(x) = x^2 + 11x - 1$$

### Exercice 11

On considère une fonction polynôme  $f(x) = 7x^2 - 10x + 2$ .

1. Déterminer les coordonnées du sommet de sa parabole.
2. Ce sommet est-il un maximum ou un minimum ?

### Exercice 12



Quatre fonctions polynômes ont été représentées ici (ainsi qu'une fonction affine). Déterminer une équation de fonction pour chacune de ses courbes.

### Compétence 4 : Résoudre une équation du 2<sup>nd</sup> degré

### Exercice 13

Résoudre les équations suivantes:

a)  $x^2 - 6x + 5 = 0$

b)  $-3x^2 - x = 7$

c)  $2x^2 + 1 = 2\sqrt{2}x$

### Exercice 14

Déterminer, si elles existent, les racines des trinômes suivants.

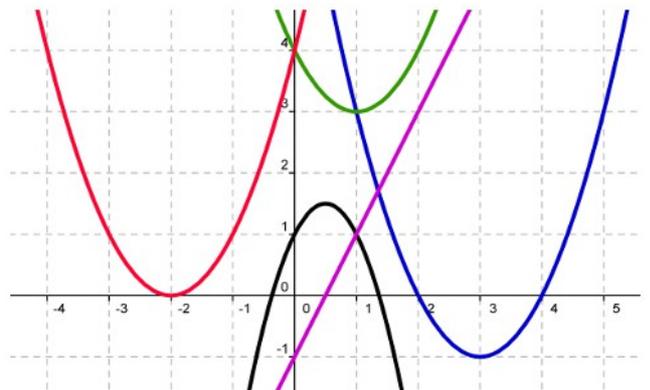
a)  $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$

b)  $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$

c)  $h(x) = -x^2 - 2x + 35$

### Exercice 15

Ci-contre sont représentées 4 paraboles. Pour chacune indiquer le signe du discriminant.



### Exercice 16

On considère l'équation  $(E): \sqrt{5x+6} = x+2$ .

1. Pour quelles valeurs de  $x$  l'expression  $\sqrt{5x+6}$  est-elle définie ?

2. Existe-t-il des solutions de l'équation si  $x+2$  est strictement négatif ?

3. On suppose à présent que  $x+2 \geq 0$ .

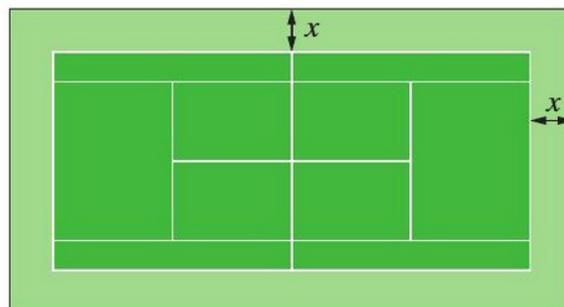
Montrer que l'équation  $(E)$  est alors équivalente à l'équation  $x^2 - x - 2 = 0$ . En déduire les solutions de l'équation  $(E)$ .

### Exercice 17

On considère un terrain de tennis de taille standard 23,77 m sur 10,97 m.

On souhaite construire une bande de circulation autour de celui-ci, de largeur constante  $x$  et dont l'aire est égale à celle du terrain.

Déterminer la largeur de la bande.



### Exercice 18

Une entreprise produit entre 0 et 50 balançoires par jour.

Le coût de fabrication de  $x$  balançoires, en euros, est donné par la fonction suivante :  $f(x) = x^2 + 230x + 325$ .

Chaque balançoire est vendue 300 €, et toute la production est vendue.

1. Exprimer le bénéfice  $B(x)$  réalisé par l'entreprise en fonction de  $x$ .

2. Étudier les variations de la fonction  $B$ .

3. En déduire le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise.

4. Combien de balançoires l'entreprise doit-elle produire et vendre pour être rentable ?

### Exercice 19

On considère la parabole d'équation  $y = -x^2 + 3x - 2$  et la droite d'équation  $y = x - 5$ .

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersections de ces deux courbes.

2. Quel nombre devrait-on mettre à la place de -5 pour que la droite soit tangente à la parabole ? C'est-à-dire qu'il n'y a qu'un seul point d'intersection.

## Sources

exercice 2,3,4,5 : [https://www.mathgm.fr/images/documents/seconde/AP/AP\\_factoriser.pdf](https://www.mathgm.fr/images/documents/seconde/AP/AP_factoriser.pdf)

exercice 14 : <https://manuel.sesamath.net/numerique/diapo.php?atome=85434&ordre=1>

exercice 17 : manuel declic 1ère

exercice 18 : <https://manuel.sesamath.net/numerique/diapo.php?atome=85477&ordre=1>