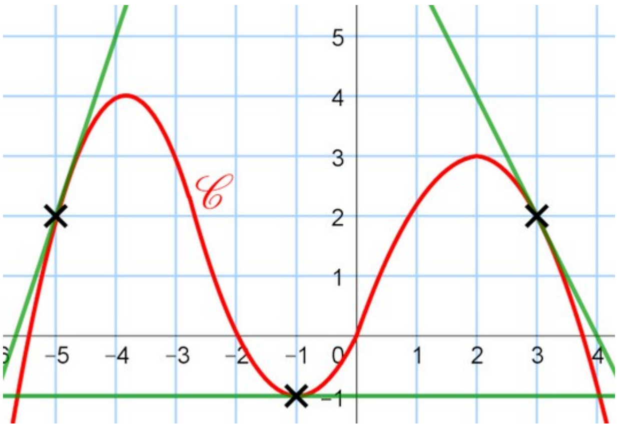
Nombre dérivé

Compétence 1 : Lecture graphique du nb dérivé

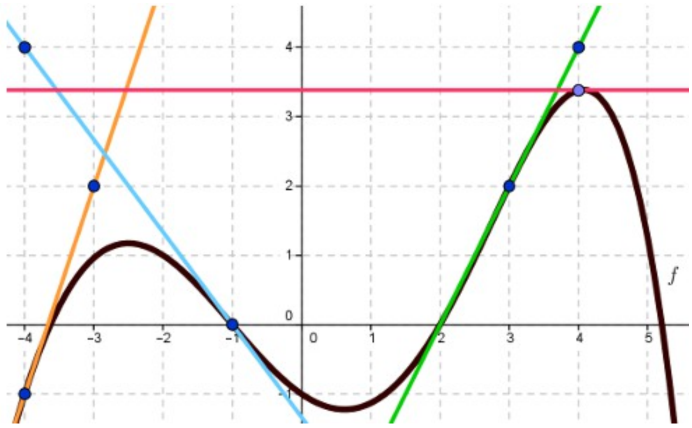
Exercice 1

Par lecture graphique, déterminer les nombres dérivés, toutes les droites sont tangentes aux courbes.

Courbe de f

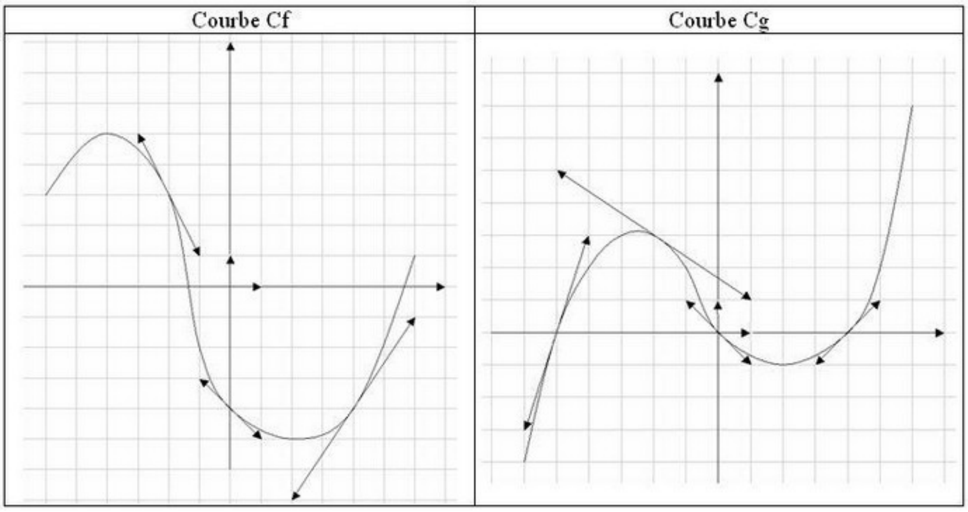


Courbe de g



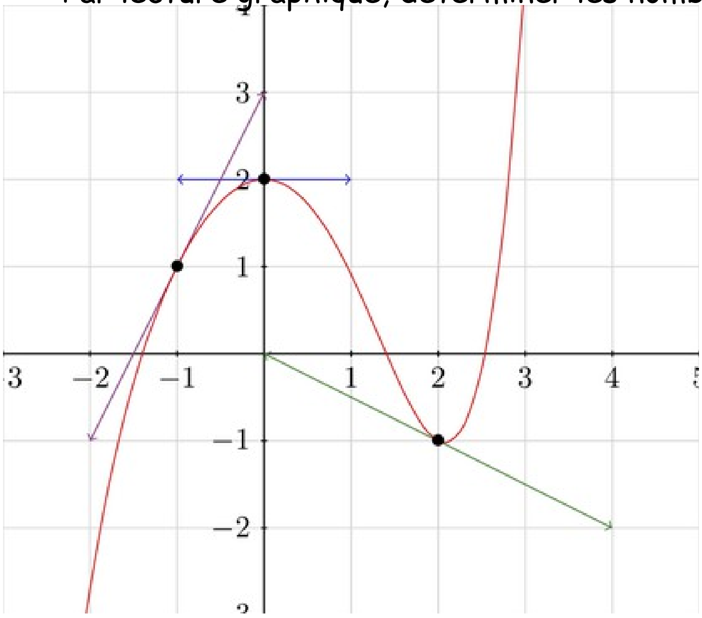
Exercice 2

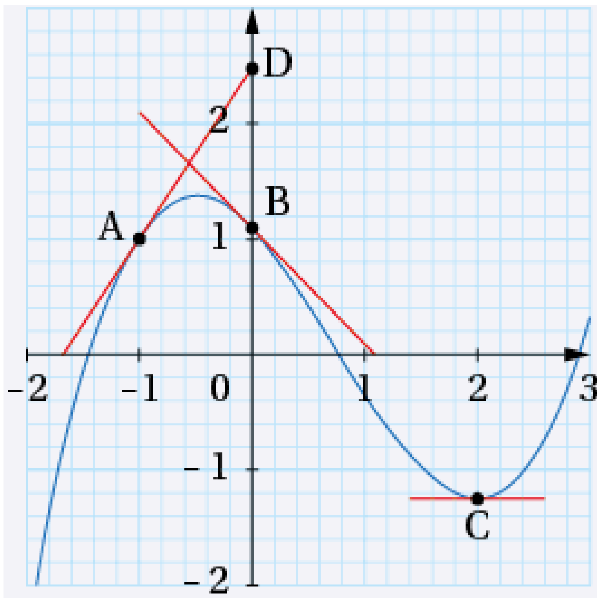
Par lecture graphique, déterminer les nombres dérivés.



Exercice 3

Par lecture graphique, déterminer les nombres dérivés.





Compétence 2 : Fonction dérivée

Déterminer la fonction dérivée de chacune de ces fonctions.

Exercice 4

1. $f(x)=3x+5$
2. $g(x)=x^2$
3. $h(x)=-4x^3$
4. $k(x)=7$
5. $p(x)=2x^2-3x+1$

Exercice 5

1. $f(x)=3x+5$
2. $g(x)=2-7x^3$
3. $h(x)=6-0.8x$
4. $k(x)=1+x$
5. $p(x)=x\sqrt{2}-3x^2+0.0159$

Exercice 6

Soit $p(x)=5x^2-2x+4$.

1. Calculer $p(3)$.
2. Calculer $p'(3)$.

Exercice 7

Soit $f(x)=-x^3+6x$.

1. Calculer $f(0)$.
2. Calculer $f'(0)$.

Exercice 8

Soit $f(x)=3x^3-4x^2+x-7$.

1. Calculer $f(-2)$.
2. Calculer $f'(-2)$.

Exercice 9

Soit la fonction $f(x)=2x^2+6x-7$.

1) Déterminer, s'il existe, la valeur du nombre dérivé $f'(1)$.

2) Que représente ce nombre dérivé pour la courbe de *f* ?

Exercice 10

Soit la fonction $f(x)=7-5x^2+4x^3$.

1) Déterminer, s'il existe, la valeur du nombre dérivé $f'(-3)$.

2) Que représente ce nombre dérivé pour la courbe de *f* ?

Exercice 11

Soit la fonction $f(x)=7-5x^2+4x^3$.

1) Déterminer, s'il existe, la valeur du nombre dérivé $f'(-3)$.

2) Que représente ce nombre dérivé pour la courbe de *f* ?

Compétence 3 : Tangente

Exercice 12

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction $f(x)=x^2+5$ au point d'abscisse 1.

Exercice 13

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction $f(x)=1+2x-x^2$ au point d'abscisse 0.

Exercice 14

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction $f(x)=(x+3)(x+2)$ au point d'abscisse -3.

Compétence 4 : Variations

Exercice 15

Soit la fonction $f(x)=x^2-6x+5$.

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. Dresser le tableau de signe de f'.
3. En déduire le tableau de variations de f.

Exercice 16

Soit la fonction $g(x)=5x^2+4x-10$.

Etudier les variations de g.

Exercice 17

Soit la fonction $h(x)=5x^2+4x-10$.

Etudier les variations de h.

Exercice 18

Soit la fonction $f(x)=x^3+1.5x^2-6x+7$.

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. Montrer que les racines de f' sont 1 et -2.
3. En déduire la forme fatorisée de f' ainsi que son tableau de signes.
4. Conclure sur les variations de f.

Compétence 5 : Problèmes

Exercice 19

En physique, on définit la vitesse et l'accélération ainsi :

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt}$$

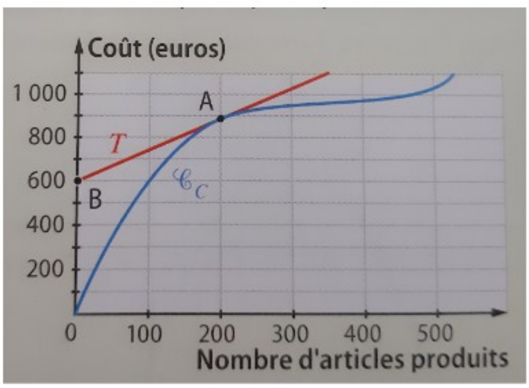
Avec nos notations, si la distance est modélisée par la fonction f(t) alors la vitesse à 10s est f'(10) et l'accélération à 10s sera f''(10) (c'est-à-dire que l'on dérive deux fois la fonction)

Si la distance que parcourt un TGV sur l'intervalle de temps [0;2] est modélisée par la fonction $f(t)=500t^2+2500t$ où *t* est le temps en minutes depuis le départ et *f(t)* la distance en mètres parcourue par le train.

1) Quelle distance a-t-il parcouru au bout de deux minutes ?
2) Quelle est la vitesse atteinte par le TGV au bout de deux minutes ?

Exercice 20

L'entreprise Sportymax fabrique des articles de sport.
Le coût total de ces articles (en euros) est modélisé par une fonction C, dont la courbe représentative $\mathscr{C}_C$ est donnée ci-dessous.



La tangente T_A à cette courbe au point $A\,(200\,;\,880)$ passe par le point $B\,(0\,;\,600)$.

1) On appelle coût marginal au rang n le coût engendré par la fabrication du $n^{\text{ème}}$ article. Une valeur approchée de ce coût marginal est donnée par le nombre dérivé de la fonction coût en n.
Déterminer le coût marginal au rang 200.

2) Expliquer la démarche à réaliser graphiquement pour déterminer le coût marginal le plus faible.

Exercice 21

Une entreprise fabrique un produit.
Son bénéfice (en milliers d'euros) en fonction du nombre x de centaines de produits vendus est donné par : $B(x) = -2x^2 + 24x - 50$

1. Calculer la dérivée B'(x).
2. Déterminer le nombre de produits à vendre pour que le bénéfice soit maximal.
3. Interpréter le résultat dans le contexte de l'entreprise.

Exercice 22

Une agence de publicité étudie la recette générée par une campagne publicitaire.
La recette (en milliers d'euros) est donnée par : $R(x) = -x^2 + 10x$ où x représente le budget investi (en dizaines de milliers d'euros).

1. Calculer R'(x).
2. Déterminer le budget optimal à investir.
3. Interpréter le résultat pour l'agence.

Exercice 23

L'audience d'une campagne sur les réseaux sociaux est modélisée par :

$A(x) = -x^2 + 14x + 5$ où x est le nombre de jours depuis le lancement de la campagne.

1. Calculer A'(x).
2. Déterminer le jour où l'audience est maximale.
3. Expliquer l'intérêt de ce résultat pour l'équipe de communication.

Exercice 24

Le temps moyen d'attente (en minutes) des clients dans une agence est modélisé par :

$T(x) = x^2 - 6x + 15$ où x représente le nombre d'employés présents au guichet.

1. Calculer T'(x).
2. Déterminer le nombre d'employés permettant de minimiser le temps d'attente.
3. Interpréter le résultat pour le responsable de l'agence.

Exercice 25

Un indice d'insatisfaction client est modélisé par : $T(x) = 2.5x^2 - 8x + 20$ où x est le nombre d'actions marketing menées dans le mois.

1. Calculer I'(x).
2. Déterminer le nombre d'actions minimisant l'insatisfaction.
3. Interpréter le résultat pour le service marketing.