

# Angles en radians

## Compétence 1 : Calcul

### Exercice 1

Calculez :

a)  $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)$       b)  $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$       c)  $\cos\left(\frac{8\pi}{3}\right)$       d)  $\sin\left(\frac{115\pi}{2}\right)$

### Exercice 2

Soit la fonction  $f(x) = 3 \cos x - \sin(2x)$

Calculez les images des nombres suivants :

a)  $\frac{\pi}{4}$       b)  $-\frac{\pi}{3}$       c)  $\frac{\pi}{2}$       d)  $-\frac{\pi}{6}$       e)  $\frac{3\pi}{4}$

### Exercice 3

Démontrer que  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ . Commencez par faire un schéma.

### Exercice 4

Démontrer que  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Commencez par faire un schéma.

### Exercice 5

Démontrer que  $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Commencez par faire un schéma.

### Exercice 6

Calculez la tangente des nombres suivants : a)  $\frac{\pi}{4}$       b)  $-\frac{\pi}{3}$       c)  $\frac{\pi}{2}$

### Exercice 7

Calculez la tangente de  $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ .

### Exercice 8

Soit la fonction  $f(x) = 3 \cos x - \sin(2x)$ .

Donnez un encadrement des images de  $f$ .

### Exercice 9

Soit la fonction  $g(x) = 3 \cos(1-x^2) - 17 \sin\left(\frac{1+x}{1+x^2}\right)$ .

Donnez un encadrement des images de  $g$ .

## Compétence 2 : Equation trigonométrique

### Exercice 10

Résoudre les équations suivantes :

a)  $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b)  $2 \sin x = 1$       c)  $0,5 \cos x = 7$

### Exercice 11

Résoudre les équations suivantes :

a)  $\cos^2(x) = \frac{1}{2}$       b)  $4 \sin 2x = 2\sqrt{3}$       c)  $\sin^2 x = 0,25$

### Exercice 12

Résoudre l'équation suivante :  $\cos(2x-1) = \cos(x+1)$

## Compétence 3 : Etude d'une fonction trigo

### Exercice 13

Dans chaque cas, vérifier que la fonction  $f$  est  $T$ -périodique.

a)  $f : x \mapsto \cos(2\pi x)$  et  $T = 1$

b)  $f : x \mapsto \sin(3x)$  et  $T = \frac{2\pi}{3}$

c)  $f : x \mapsto \frac{2}{3} \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$  et  $T = \frac{2\pi}{7}$

d)  $f : x \mapsto \frac{10}{7} \sin\left(\frac{5x-8}{3}\right)$  et  $T = \frac{6\pi}{5}$

### Exercice 15

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{\cos(x)}{3 + \sin^2(x)}$ .

1. Montrer que  $f$  est paire et  $2\pi$ -périodique. Interpréter graphiquement.
2. En déduire le plus petit intervalle  $I$  possible pour étudier  $f$ .
3. On admet que  $f$  est dérivable de dérivée :

$$f'(x) = \frac{\sin(x)(\sin^2(x) - 5)}{(3 + \sin^2(x))^2}.$$

- a) En déduire les variations de la fonction  $f$  sur  $I$ .
- b) Préciser les extrema locaux de  $f$  sur  $I$ .
- c) Tracer la courbe représentative de  $f$  sur  $[-\pi; 3\pi]$ .

## Compétence 4 : Angles associés

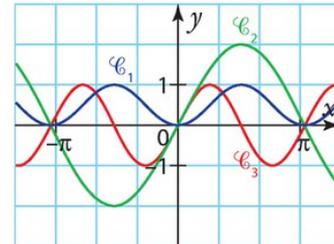
### Exercice 16

1. En utilisant les angles associés, exprimer les expressions suivantes en fonction de  $\cos x$  et  $\sin x$  :
  - a)  $A = \sin(x + \pi) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin x - \sin(-x)$
  - b)  $B = \cos x - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin(x - \pi) + \cos(\pi - x)$
2. Calculer les expressions suivantes en utilisant les angles associés :
  - a)  $C = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{9\pi}{14} + \cos \frac{8\pi}{7} + \cos \frac{23\pi}{14}$
  - b)  $D = \sin \frac{\pi}{5} - \sin \frac{4\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5} + \sin \frac{11\pi}{5}$

### Exercice 14

Soit trois fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin(2x)$ ;  $g(x) = 2\sin(x)$  et  $h(x) = \sin^2(x)$ .

1. Montrer que  $f$  et  $g$  sont impaires. Interpréter graphiquement.
2. Montrer que  $h$  est paire. Interpréter graphiquement.
3.  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont représentées dans le repère ci-dessous.



Associer à chaque fonction sa courbe représentative. Justifier.

## Sources

Exercice 13,14 : <https://manuel.sesamath.net/numerique/diapo.php?atome=86122&ordre=1>

Exercice 16 : [https://physique-et-maths.fr/enseignement/premiere\\_generale/mathematiques/fonctions\\_trigonometriques/fonctions\\_trigonometriques\\_exercices.pdf](https://physique-et-maths.fr/enseignement/premiere_generale/mathematiques/fonctions_trigonometriques/fonctions_trigonometriques_exercices.pdf)