

Les suites

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n , par $u_n = \frac{n-1}{2n+1}$.

- 1) La suite est-elle définie explicitement ou par récurrence ?
- 2) Calculer les trois premiers termes.
- 3) Calculer le 10^{ème} terme.

Exercice 2

On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par
$$\begin{cases} v_0 = 7 \\ v_{n+1} = 4 - 2v_n \end{cases}$$
.

- 1) La suite est-elle définie explicitement ou par récurrence ?
- 2) Calculer les trois premiers termes.
- 3) Calculer le 10^{ème} terme.

Exercice 3

Modéliser la situation suivante par une suite et calculer les 3 premiers termes.
Le cabillaud est victime de la surexploitation des océans et de la pêche intensive. En mer du Nord, on remarque que sa population diminue de 8% environ par an. Elle était de 5 millions d'individus en 2019.

Exercice 4

Modéliser la situation suivante par une suite et calculer les 3 premiers termes.
La part des énergies renouvelables dans la consommation finale brute d'énergie des Français augmente en moyenne de 6% chaque année. Elle était de 14,8% en 2015.

Exercice 5

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail.
1^{er} contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 5 euros par mois jusqu'à la fin du bail.
2nd contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail.

- 1) Modéliser les loyers de ces deux contrats par deux suites (u_n) et (v_n) .
- 2) Calculer les cinq premiers termes de ces suites.

Exercice 6

J'ai décidé de mettre une mangeoire à oiseaux dans mon jardin contenant 400g de graines. Les oiseaux mangent toujours la moitié pendant la journée puis le soir je remet 100g de graines.

Modéliser la quantité de graines par une suite (u_n) et calculer les trois premiers termes.



Exercice 6

Soit une suite (u_n) arithmétique de raison 3 avec $u_0=7$.

1. Exprimer u_n en fonction de n .
2. Calculer u_7 et u_{15} .
3. Calculer les sommes suivantes :

$$S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$$

$$S_2 = u_4 + u_5 + \dots + u_{20}$$

Exercice 7

Soit une suite (v_n) géométrique de raison 2 avec $v_0=3$.

4. Exprimer v_n en fonction de n .
5. Calculer v_7 et v_{15} .
6. Calculer les sommes suivantes :

$$S_1 = v_0 + v_1 + \dots + v_9$$

$$S_2 = v_4 + v_5 + \dots + v_{20}$$

Exercice 8

Soit la suite (u_n) définie par
$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \end{cases}$$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 3$.
Calculer v_0 , v_1 , v_2 et v_3 .
3. Déterminer la nature de la suite (v_n) et préciser ses éléments caractéristiques.
4. Exprimer v_n en fonction de n , puis u_n en fonction de n .
5. Calculer $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et en déduire $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

Exercice 9

(u_n) est la suite définie par $u_0 = 0$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$ pour tout entier naturel n .

On définit la suite (v_n) par $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$ pour tout entier naturel n .

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3. Exprimer v_n en fonction de n .
4. En déduire u_n en fonction de n .

Exercice 10

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 12$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = \frac{2u_n + 5}{3}$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 . Fournir le résultat sous forme fractionnaire.
2. Démontrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
3. On définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 5$.
 - a. Calculer v_0 , v_1 , v_2 et v_3 sous forme fractionnaire.
 - b. Calculer v_{n+1} en fonction de u_n .
 - c. En déduire que (v_n) est une suite géométrique dont on indiquera la raison.
 - d. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .

Exercice 11

Une personne lance une "superballe" pour la faire rebondir au sol. Après le premier rebond la balle atteint 10 mètres de hauteur. A chaque rebond la balle perd 30% de hauteur.

1. Au bout de combien de rebonds le mouvement de celle-ci ne sera plus perceptible (rebond de moins de 1mm).
2. Sachant que la balle a été lancée d'une hauteur initiale de 1,50m, quelle distance la balle aura-t-elle parcourue au total?

Exercice 12 suite de l'exercice 5

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail.

1^{er} contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 5 euros par mois jusqu'à la fin du bail.

2nd contrat : un loyer de 200 euros pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail.

En 3ans, combien paiera-t-il avec chaque contrat ?

Exercice 13

Aurélien décide de partir de Paris et de rejoindre Stockholm en vélo. Il doit parcourir 2000km.

Le premier jour il parcourt 20 km. Chaque jour, il parcourt 5km de plus que le jour précédent. On note (u_n) la distance parcourue le n-ième jour. Ainsi $u_1=20$.

1. Exprimer u_n en fonction de n , justifier votre réponse.
2. On note S_n la distance totale parcourue au n-ième jour. Calculer S_1 et S_2 .
3. Exprimer S_n en fonction de n .
4. A l'aide de la calculatrice (ou d'un tableur), combien de jours lui faudra-t-il pour rejoindre Stockholm ?

Exercice 14

Une zone marine vient d'être déclarée zone protégée, entre autre, pour assurer la protection d'une espèce de tortues en voie d'extinction. En 2022, la population des tortues de cette espèce est de 134. Par sélection naturelle, la population de ces tortues baisse de 4% chaque année. Pour augmenter, une ONG a pour projet d'élever et de relâcher 12 tortues chaque année.

1. Voici un algorithme écrit en Python :

a. Faire fonctionner cet algorithme pour $n = 3$.

Vous complétez le tableau ci-dessous.

b. Quelle valeur affiche l'algorithme ?

c. Que représente cette valeur pour la situation ?

```
def u(n):  
    u=134  
    for i in range(n):  
        u=0,96*u+12  
    return u
```

2. La population des tortues de cette espèce dans cette zone est modélisée par la suite (t_n) où t_n désigne le nombre de tortues au cours de l'année $(2022+n)$.

a. Donnez la valeur de t_0 .

b. Déterminez une relation de récurrence entre t_{n+1} et t_n .

i					
u					

Sources

exercice 3,4 : manuel déclic math 1ère

exercice 5 : <https://www.mathsbook.fr/exercices-maths/premiere-s/suites-numeriques/probleme-faisant-intervenir-des-suites-numeriques-200/correction>

exercice 8,9,10,11 : <https://www.annales2maths.com/1s-exercices-revisions-les-suites/>